

Пространство педагогических исследований. 2025. Т. 2, № 2 (6). С. 70–81.
Education Research Environment, 2025, vol. 2, no. 2 (6), pp. 70–81.

Обзорная статья

УДК 372.851; 378.14

<https://elibrary.ru/lrhr1g>

<https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005>

Об экспериментальной составляющей математического образования в цифровую эпоху

Владимир Афанасьевич Тестов

Вологодский государственный университет,
Вологда, Россия,

vladafan@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3573-574X>,

Vladimir A. Testov

Vologda State University,
Vologda, Russia,

vladafan@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3573-574X>,



Аннотация. В статье представлен обзор научных исследований и мнений отечественных ученых о необходимости внедрения методов экспериментальной математики не только в научные исследования, но и в образовательный процесс. Цель данной работы – показать, каким образом и по каким направлениям возможно сформировать математическое мышление у современных школьников и студентов. Показаны подходы разных ученых в данной области, дана оценка разным подходам в обучении, отмечено особое значение принципа наглядности в формировании математического мышления. Автором неоднократно подчеркивается, что в современных условиях приоритет в обучении математике надо отдать в первую очередь формированию математического мышления через различные аспекты математической деятельности. В цифровую эпоху, а именно, в условиях цифровой трансформации образования, особо важную роль играют логическое, алгоритмическое и комбинаторное виды мышления, они помогают разобраться в больших объемах информации, анализировать данные и принимать обоснованные решения. Ведущую роль в развитии пространственного и наглядно-образного представления объектов, процессов, явлений, как реально существующих, так моделируемых, «геометрическом воображении» и интуиции играют образно-геометрические когнитивные схемы. Наличие таких схем, умение их строить и оперировать ими, помогает обучаемым наглядно представить многие математические объекты и отношения, замещать абстрактные математические модели наглядными схемами и представлениями. Вследствие вышесказанного, важно понимать необходимость обновления методов и содержания обучения математике, усиления экспериментальной составляющей и

© Тестов В. А., 2025

© Testov V. A., 2025

использования с этой целью цифровых технологий, в том числе при замещении реальной коммуникации учебного назначения на виртуальную в условиях информационного взаимодействия. Автор приводит аргументы к тезису о том, что учащиеся в школах должны быть освобождены от ручного выполнения сложных числовых и символьных преобразований и запоминания обширных массивов информации. В современном образовательном процессе необходимо уделить больше внимания внедрению исследовательских и экспериментальных методов, а также систем компьютерной алгебры в учебные курсы математики, в том числе современным средствам и инструментам обработки и генерирования числовой информации и анализа данных.

Ключевые слова: исследовательское обучение, математическое мышление, системы компьютерной алгебры, компьютерный эксперимент

Для цитирования: Тестов В. А. Об экспериментальной составляющей математического образования в цифровую эпоху // *Пространство педагогических исследований*. 2025. Т. 2, № 2 (6). С. 70–81. <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005>; EDN: LRHRLG

On Experimental Component of Mathematics Education in the Digital Age

Abstract. The article gives an overview of scientific research and the opinions of Russian scholars regarding the necessity of incorporating methods of experimental mathematics not only into scientific research but also into the educational process. The paper is aimed at demonstrating in what ways and areas schoolchildren and university students' mathematical thinking can be developed. The article outlines various scholars' approaches in this field, evaluates different teaching methods, and emphasizes the particular importance of the principle of visual representation in the formation of mathematical thinking. The author repeatedly stresses that under current conditions, the priority in mathematics education should be given to the development of mathematical thinking through various aspects of mathematical activity. In the digital age - specifically, in digital transformation in education - logical, algorithmic, and combinatorial types of thinking play an especially important role. These cognitive skills help students navigate large volumes of information, analyze data, and make informed decisions. A leading role in developing spatial and visually imaginative representations of objects, processes, and phenomena, no matter whether they exist in reality or are modeled, belongs to figurative-geometric cognitive schemes. The presence of such schemes, and the ability to construct and manipulate them, enables students to visually conceptualize many mathematical objects and relationships, substituting abstract mathematical models with visual schemes and representations. In light of the above, it is essential to recognize the need to update the methods and content of mathematics education, strengthen the experimental component and utilize digital technologies for this purpose. This includes replacing real-time educational communication with virtual interaction in the context of information-based learning environments. The author provides arguments supporting the thesis that school students should be relieved of manually performing complex numerical and symbolic transformations, as well as of memorizing large volumes of information. In the modern educational process, greater attention should be paid to the integration of research-based and experimental methods, as well as to the inclusion of computer algebra systems in mathematics curricula, along with modern tools and technologies for data processing and analysis.

Keywords: research training, mathematical thinking, computer algebra systems, computer experiment

For citation: Testov V. A. On Experimental Component of Mathematics Education in the Digital Age. *Education Research Environment*, 2025, vol. 2, no. 2 (6). pp. 70–81. (In Russian) <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005>; EDN: LRHRLG

Введение

Происходящий в современном обществе процесс цифровой трансформации, в том числе образования, возник не только в связи с появлением и развитием современных информационных и коммуникационных технологий, но и в связи с началом нового этапа «математизации знаний», с возникновением таких «математизированных» областей знаний, как искусственный интеллект, большие данные, нейросети и т. д. Информатизация общества стремительно ускоряется, происходит «революция искусственного интеллекта», вполне сопоставимая с предыдущими информационными революциями, такими как создание письменности, начало книгопечатания и др.

Необходимо заметить, что на протяжении всей истории развития математики ее основные результаты были первоначально получены с помощью экспериментов и индуктивных рассуждений. Ускорение процесса математизации знаний произошло в XVII в результате использования экспериментов при решении ряда прикладных задач Кеплером, Кавальери и другими учеными. Значительный вклад в этот процесс внесли Г. Лейбниц и И. Ньютон, но и они при доказательствах тоже опирались на индуктивные рассуждения.

С конца XIX века в математике преобладающим стал теоретико-множественный подход, который позволил значительно повысить строгость математических доказательств с опорой на теорию множеств и аксиоматический метод. С этого времени математика стала образцом применения логики и точных понятий в научных исследованиях.

Строгая логическая структура математики с середины XX века начала преобладать и при построении школьных и вузовских математических курсов. Такие курсы приобрели в основном теоретический характер, а авторы пособий и учебников по математике стремились все логически обосновать и доказать. Однако во многих случаях они были вынуждены заменять строгую логику доказательств некими компромиссами.

Начиная с 60–70-х годов XX века идеи аксиоматического построения математики стали уступать место другим направлениям, которые ближе к практике и экспериментам. В наше время характерной чертой «математизации» становится взаимодействие различных направлений, в том числе экспериментальных и теоретических методов, жесткого и мягкого моделирования и т. д. Это взаи-

модействие создает синергетический эффект, который способствует выходу математических исследований на новый уровень¹.

С появлением программных средств для обработки математических данных существенно увеличились возможности проведения экспериментов с объектами математических исследований. Использование систем компьютерной математики оказало заметное влияние на подходы к развитию математического мышления и на всю математическую парадигму. Все чаще обсуждается необходимость внедрения методов экспериментальной математики не только в научные исследования, но и в образовательный процесс. Широкое распространение в научном мире в современном понимании термин «экспериментальная математика» получил лишь в последнее десятилетие XX века. Эти методы рассматриваются как ключ к успешной реализации исследовательского обучения как в школьных, так и в вузовских математических курсах. С этим подходом связаны надежды на более глубокое вовлечение как студентов, так и школьников в экспериментальную и исследовательскую деятельность и развитие их аналитических способностей. В результате, актуальность внедрения методов экспериментальной математики в учебный процесс становится все более очевидной, что открывает новые горизонты для повышения эффективности как школьного обучения, так и подготовки будущих специалистов.

В цифровую эпоху новое звучание получила и проблема формирования математического мышления у школьников и студентов. Хотя эта проблема давно стоит перед исследователями, но пути ее решения все время совершенствуются. В настоящее время решение этой проблемы исследователи все больше связывают с возможностями искусственного интеллекта, современных компьютеров и систем компьютерной математики, в том числе современных средств и инструментов обработки и генерирования числовой информации и анализа данных.

Основная часть

Исследования показывают, что эффективность обучения математике зависит не только от глубины и прочности овладения обучающимися знаниями, умениями и навыками, но и в значительной степени от развития их математического мышления, от уровня их готовности к исследовательским и творческим действиям. Основной целью математического образования, как совершенно справедливо отмечал В. И. Арнольд², должно быть воспитание умения математически исследовать явления реального мира.

¹ Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах // Образование и наука. 2024. № 7(26). С. 12–43.

² Арнольд В. И. Жесткие и мягкие математические модели. Москва: МЦНМО, 2008. 32 с.

Математическое развитие личности нельзя осуществить без продуманного отбора содержания математического образования, следования определенным стратегиям обучения и выполнения ряда дидактических принципов. С течением времени содержание математического образования меняется в соответствии с изменениями в науке и обществе, которые стали особенно заметны с началом процесса цифровой трансформации общества и образования в том числе. Фундаментальная педагогическая наука просто не успевает за происходящими в образовании стремительными изменениями¹.

В настоящее время становятся все более явственными признаки формирования новой парадигмы в математике благодаря ее новым разделам (теория катастроф, геометрия фракталов, асимптотическая математика и др.) и возникновением новых теорий на основе неточных, размытых понятий, многозначной логики, нечетких отношений и нечетких множеств².

Современное состояние содержания математического образования и необходимость перемен, связанных с процессом цифровизации общества, рассмотрена академиком А. Л. Семеновым с соавторами³. Из последних исследований можно также выделить работу А. В. Боровских⁴, в которой обосновывается, что содержанием процесса математического образования должна являться система мыслительных средств и способов их использования, в том числе развитие пространственного и наглядно-образного представления объектов, процессов, явлений, как реально существующих, так моделируемых.

Проблема «Как мыслит математик?» волновала и психологов, и математиков. В частности, известный французский математик Ж. Адамар проводил специальное анкетирование крупных исследователей. Оказалось, что математики чаще всего думают не словами, а образами, преимущественно зрительными⁵.

В процессе изучения математики у человека складываются специфические когнитивные структуры, являющиеся отражением объективно существующих математических структур. Эти структуры могут быть поделены на два основных типа. К первому относятся алгебраические, порядковые и топологические

¹ Методология научного исследования в педагогике: коллективная монография / под редакцией Р. С. Бозиева, В. К. Пичугиной, В. В. Серикова. Москва: Планета, 2016. С. 83.

² Современные проблемы физико-математического образования: вопросы теории и практики: всероссийская коллективная монография, 2012. Екатеринбург: УГПУ. 264 с.

³ Semenov A. L., Abylkassymova A. E. & Polikarpov S. A. Foundations of Mathematical Education in the Digital Age // *Doklady Mathematics*. 2023. Т. 107, № S1. S 1–9.

⁴ Боровских А. В. О содержании школьного математического образования. От содержания к содержанию: математика как система мыслительных средств // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2024. Т. 22, № 2. С. 61–82.

⁵ Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. Москва: Советское радио, 1970. С. 80.

структуры, которые являются некоторыми упрощениями основных математических объектов (Н. Бурбаки¹). Аналоги таких структур в человеческом мышлении были обнаружены швейцарским психологом Ж. Пиаже². Эти аналоги выступают, прежде всего, как комплексы, средства хранения математических знаний. Про этот тип структур можно сказать, что они формируются по «горизонтальному» принципу.

Ко второму типу относятся те математические структуры, которые являются, в первую очередь, средствами математического познания. Среди них можно выделить логические, алгоритмические, комбинаторные и образно-геометрические когнитивные структуры. Этот тип структур образуется в мышлении человека на основе таких связей, которые являются общими для внешне совершенно непохожих объектов из самых разных разделов математики. Поэтому можно сказать, что они формируются по «вертикальному» принципу. Для таких структур будем преимущественно использовать термин «схемы».

Подчеркнем, что схемы математического мышления выделяются из всех математических когнитивных структур тем, что они обладают универсальностью, работают независимо от конкретного содержания математического материала и способов его изложения. Такие структуры играют видную роль не только в обучении, но и в математическом творчестве. Хорошо известно, что комбинаторные и геометрические методы находят применение в самых разных областях современной математики. Отметим, что для математического развития школьников, их мышления наибольшее значение имеет именно процесс получения математических знаний, средства для их получения, т. е. математические схемы.

Таким образом, для обучения математике в наличии должна быть не только программа традиционных предметных знаний, но и программа формирования тех мыслительных средств (математических схем мышления), которые учащиеся используют в качестве средств решения различных задач, в том числе нестандартных, т. е. задач, «которые неизвестно, как решать». Более того, из деятельностного подхода вытекает, что приоритет в обучении надо отдать формированию именно таким схемам, т. е. средствам математического мышления и математической деятельности. Большое внимание формированию различных видов схем математического мышления уделили и российские математики-методисты.

¹ Бурбаки Н. Архитектура математики // Очерки по истории математики. Москва: ИЛ, 1965. С. 245–259.

² Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления // Преподавание математики. Москва: Учпедгиз, 1960. С. 10–30.

А. А. Столяр рассматривал педагогические проблемы развития у школьников таких видов математического мышления, как логическое и алгоритмическое мышление¹. В условиях цифровизации общества и образования эти виды математического мышления играют особо важную роль, поскольку помогают разобраться в больших объемах информации, анализировать данные и принимать обоснованные решения на основе логических законов и принципов. Для комбинаторного мышления характерны гибкость (смена первоначального плана действий, причем, как на этапе поиска решения задачи, так и на этапе ее решения) и построение некоторым способом перебора всех возможных вариантов. В эпоху цифровизации существенно выросли возможности такого перебора, что обусловило существенный рост комбинаторных исследований в самых разных областях.

Образно-геометрические когнитивные схемы играют ведущую роль в геометрическом воображении и интуиции. Наличие таких схем помогает ученику наглядно представить многие математические объекты и отношения, позволяет замещать абстрактные математические модели наглядными схемами и представлениями. Как отмечалось выше, большинство ученых-математиков мыслит образами. Такие образы позволяют донести до коллег или учеников значительно больше знаний и идей, чем слова. К сожалению, в течение десятилетий учеников отучали оперировать образами или картинками, потому что они «не строгие». Разумеется, они не строгие, но они являются важным вспомогательным средством, а такими средствами в обучении никогда не следует пренебрегать.

Дело в том, что образно-геометрические схемы в значительной степени представляет собой один из видов образного мышления, которое присуще правому полушарию человеческого мозга. В процессе обучения у человека происходит возрастание логического компонента мышления и соответственно возрастание роли левого полушария. Но этот процесс должен происходить постепенно, по мере развития мышления обучающихся. Поэтому формирование геометрических схем мышления должно происходить на протяжении всего периода обучения в школе. Для обеспечения формирования у школьников таких схем мышления следует проводить целенаправленную работу, начиная с начальной школы, заложив в качестве фундамента обучения наглядность, различные построения и т. п.

Долгое время в школьном преподавании геометрии наблюдалась недооценка образной, наглядной стороны этого предмета. Предложения об усилении в преподавании геометрии опоры на наглядные образы, на геометрический эксперимент звучали еще в середине XX в., но не были поддержаны большинством

¹ Столяр А. А. Педагогика математики. Минск: Высшая школа, 1969. 368 с.

математиков. В 60–70-е годы в отечественной школе возобладало стремление с помощью геометрии развить логическое и аксиоматическое мышление. Авторы учебников и пособий стремились все логически обосновать и доказать, в то время как при обучении геометрии необходимо было добиваться развития у учащихся не только логического мышления, но и образного (пространственного) мышления.

Для обогащения геометрических представлений учащихся, для ознакомления их с максимально богатым набором геометрических фигур (как плоских, так и пространственных) рядом ученых и педагогов было предложено в 90-е годы XX в еще до начала систематического курса геометрии изучать курсы наглядной и практической геометрии (в начальной школе и в 5–6 классах) (В. А. Гусев, Г. Д. Глейзер, Н. П. Долбилин и И. Ф. Шарыгин и др.). Этими авторами для таких курсов были написаны учебники для школьников. В этих учебниках придавалось большое значение наглядности, рисункам, которые помогают уяснить свойства фигур, выдвинуть идею решения, понять идею доказательства, способствуют математическому развитию.

В настоящее время большую помощь учителю при формировании образно-геометрических схем мышления может оказать использование в обучении компьютерных средств. Многие учителя предприняли шаги по обновлению методов и содержания обучения математике в соответствии с новой парадигмой, стремясь усилить экспериментальную составляющую и использовать с этой целью современные цифровые технологии. В современном обществе все более отчетливым становится понимание того, что учащиеся в школах должны быть освобождены от необходимости вручную выполнять сложные символьные преобразования и запоминать обширные массивы информации. Образование должно сосредоточиться на развитии навыков творческого мышления, а не на овладении рутинными навыками. В обучении необходимо шире применять динамическую геометрию (GeoGebra, 1 с: Математический конструктор и др.), экспериментировать, решать нестандартные задачи.

Если взглянуть на классические школьные и вузовские математические дисциплины, то можно увидеть накопившиеся недостатки. Прежде всего, это проявляется в консерватизме как при выборе содержания, так и в способах его представления. Основное содержание этих дисциплин не обновлялось не только в школьном курсе, но и во многих вузах более полувека. Если не поднимать трудно решаемые вопросы обновления содержания школьного курса и говорить только о вузовских курсах, то консерватизм их содержания чаще всего проистекает из того, что последние вузовские стандарты предполагают, что содержание и наименование курсов определяются самими вузами, т. е. кафедрами. А многие преподаватели математических кафедр не стремятся к обновлению своих курсов. В результате студенты вынуждены вручную решать, например, си-

стемы линейных уравнений с помощью метода Крамера, теряют много времени на вычисление интегралов, на решение дифференциальных уравнений, хотя, используя компьютер, все это можно сделать намного быстрее. Студентам и школьникам зачастую предлагается большое количество бессмысленных вычислительно-синтаксических задач, которые не представляют собой никаких значимых идей.

Дело в том, что значительное число учителей и преподавателей вузов выступают против использования компьютера при изучении математики, полагая, что простое нажатие кнопок затруднит понимание материала. Между тем совершенно ясно, что в своей будущей профессиональной деятельности современные студенты не будут вручную вычислять интегралы или искать точные решения уравнений с частными производными. Поэтому основные математические курсы (алгебры, математического анализа) пытаются перестроить лишь отдельные энтузиасты. Одним из таких энтузиастов был видный петербургский алгебраист Н. А. Вавилов. В одной из своих последних работ он вместе с соавторами поделился опытом чтения нового курса «Математика и компьютер»¹.

Очевидно, что задачи, использующие системы компьютерной алгебры, должны быть нестандартными и носить исследовательский характер. Для усвоения теории важно вручную решить несколько упражнений, однако это не должно стать регулярной практикой. Основное применение компьютерных технологий в математике должно заключаться в том, чтобы акцентировать внимание на их роли в выполнении стандартных вычислений, которые при ручном режиме требуют слишком много времени. Использование таких компьютерных систем значительно упрощает решение учащимися целого ряда задач, решение которых традиционными средствами оказывается довольно сложным. Кроме того, использование таких технологий должно углубить понимание математической природы изучаемого предмета. Важным положительным моментом является использование возможностей компьютерных систем при проведении компьютерных экспериментов, особенно в курсе геометрии, как школьной, так и вузовской. Такие компьютерные эксперименты особенно важны для применения исследовательского обучения.

Алгебраические задачи тоже хорошо подходят для применения компьютеров в массовом образовании, так как в курсах алгебры уже накоплен опыт использования систем формальных вычислений. Более того, именно алгебра позволяет компьютерам проводить огромные вычисления с бесконечной точностью.

¹ Vavilov N. A., Khalin V. G. & Yurkov A. V. The Skies Are Falling: Mathematics for Non-Mathematicians // *Doklady Mathematics*. 2023. Т. 107, № S1. S 137–150.

В практике преподавания возникает вопрос о том, какую систему компьютерной алгебры лучше выбрать. Наиболее известными из таких систем являются системы Maple и Mathematica, но покупка лицензий на их использование из-за их высокой цены может оказаться препятствием для их применения в образовательных учреждениях. В настоящее время самым подходящим вариантом представляется система SageMath. Основное преимущество этой системы заключается в том, что она доступна совершенно бесплатно и разработана на ныне популярном языке Python.

Характерные особенности системы Sage могут стать основой для анализа ведущих алгебраических идей, включая взаимодействие между алгеброй и геометрией. Это позволяет продемонстрировать силу достижений математики и значимость компьютерной алгебры. Важную роль в этом контексте могут выполнять многочлены, которые помогают обеспечить преемственность между учебными программами средней школы и высших учебных заведений. Многочлены способны стать фундаментом для курса с использованием компьютерных технологий, позволяя изучать нелинейную алгебру как «конкретную алгебраическую геометрию»¹.

Выводы

Таким образом, процесс цифровой трансформации в науке и образовании, основанный на достижениях математики, способствует совершенствованию человеческого мышления. Но, в большинстве случаев, уровень математической подготовки и особенно ее фундаментальность не соответствует современным требованиям. Все более очевидной становится необходимость повышения качества математической подготовки в школах и вузах за счет большего внимания к развитию средств математического мышления, внедрения исследовательских и экспериментальных методов, систем компьютерной алгебры в учебные курсы математики, в том числе современным средствам и инструментам обработки и генерирования числовой информации и анализа данных.

Список литературы / References

Адамар Ж. *Исследование психологии процесса изобретения в области математики*. Москва: Советское радио, 1970. 152 с.

Hadamard J. *A study of psychology of invention process in the field of mathematics*. Moscow: Sovetskoe Radio, 1970. 152 p. (In Russian)

¹ Тестов В. А., Попков Р. А. Исследовательское обучение математике и системы компьютерной алгебры // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2024. Вып. 4(53). С. 52–68.

Арнольд В. И. *Жесткие и мягкие математические модели*. Москва: МЦНМО, 2008. 32 с.
Arnold V. I. *Hard and soft mathematical models*. Moscow: ICNMO, 2008. 32 p. (In Russian)

Боровских А. В. О содержании школьного математического образования. От содержимого к содержанию: математика как система мыслительных средств. *Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование*, 2024, т. 22, № 2, с. 61–82. <https://doi.org/10.55959/lpej-24-16>

Borovskikh A. V. On the content of school mathematical education. From content to essence: mathematics as a system of mental means. *Bulletin of Moscow State University. Series 20: Teacher education*, 2024, vol. 22, no. 2, pp. 61–82. <https://doi.org/10.559/LP-24-16> (In Russian)

Бурбаки Н. Архитектура математики. *Очерки по истории математики*. Москва: ИЛ, 1965, с. 245–259.

Burbaki N. Architecture of mathematics. *Essays on the history of mathematics*. Moscow: IL, 1965, pp. 245–259. (In Russian)

Методология научного исследования в педагогике: коллективная монография / под редакцией Р. С. Бозиева, В. К. Пичугиной, В. В. Серикова. Москва: Планета, 2016. 208 с.

Methodology of scientific research in pedagogy: a collective monograph / edited by R. S. Bosiev, V. K. Pichugina, V. V. Serikov. Moscow: Planeta, 2016. 208 p. (In Russian)

Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах. *Образование и наука*, 2024, № 7(26), с. 12–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-12-43>.

Perminov E. A., Testov V. A. Mathematization of specialized disciplines as the basis for the fundamentalization of IT training in universities. *Education and Science*, 2024, no. 7(26), pp. 12–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-12-43>. (In Russian)

Пиаже Ж. Структуры математические и операторные структуры мышления. *Преподавание математики*. Москва: Учпедгиз, 1960. С. 10–30.

Piaget J. Mathematical structures and operational structures of thinking. *Teaching Mathematics*. Moscow. Uchpedgiz, 1960, pp. 10–30. (In Russian)

Современные проблемы физико-математического образования: вопросы теории и практики: всероссийская коллективная монография, 2012: Екатеринбург: УГПУ. 264 с.

Modern problems of physics and mathematics education: issues of theory and practice: All-Russian collective monograph, 2012: Yekaterinburg: UGPU. 264 p. (In Russian)

Столяр А. А. *Педагогика математики*. Минск: Вышэйшая школа, 1969, 368 с.

Stolyar A. A. *Pedagogy of mathematics*. Minsk, Higher School, 1969, 368 p. (In Russian)

Тестов В. А., Попков Р. А. Исследовательское обучение математике и системы компьютерной алгебры. *Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика*, 2024, вып. 4(53), с. 52–68. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_4_52

Testov V. A., Popkov R. A. Research education in mathematics and computer algebra systems. *Bulletin of Syktyvkar University. Ser. 1: Mathematics. Mechanics. Computer science*, 2024. issue 4(53), pp. 52–68. https://doi.org/10.34130/1992-2752_2024_4_52 (In Russian)

Semenov A. L., Abylkassymova A. E. & Polikarpov S. A. Foundations of Mathematical Education in the Digital Age. *Doklady Mathematics*, 2023, vol. 107, no. S1, pp. 51–59. <https://doi.org/10.1134/S1064562423700564>

Vavilov N.A., Khalin V.G. & Yurkov A.V. The Skies Are Falling: Mathematics for Non-Mathematicians. *Doklady Mathematics*, 2023, vol. 107, no. S1. pp. 137–150. <https://doi.org/10.1134/S1064562423700643>

Информация об авторе

Владимир Афанасьевич Тестов – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры математики и информатики, vladafan@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3573-574X>, Вологодский государственный университет (15, ул. Ленина, 160000 Вологда, Россия); **Vladimir A. Testov** – Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Mathematics and Computer Science, vladafan@inbox.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3573-574X>, Vologda State University (15, Lenin St., 160000 Vologda, Russia).

Статья поступила в редакцию – 16.01.2025; одобрена после рецензирования – 20.03.2025; принята к публикации – 01.04.2025.

The article was submitted – 16.01.2025; approved after reviewing – 20.03.2025; accepted for publication – 01.04.2025.