

Пространство педагогических исследований, 2026, т. 3, № 3, с. 7–47.
Education Research Environment, 2026, vol. 3, no. 3, pp. 7–47.

Научная статья

УДК 378.147

<https://doi.org/10.23859/3034-1760.2026.33.91.001>

<https://elibrary.ru/swivdp>

Исследовательское обучение как метод фундаментальной математической подготовки студентов STEM-направлений в условиях цифровой трансформации образования

Александр Анатольевич Банин✉

Череповецкий государственный университет,
Череповец, Россия

✉ aabanin1@chsu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4242-1471>

Aleksander A. Banin✉

Cherepovets State University,
Cherepovets, Russia

✉ aabanin1@chsu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-4242-1471>



Ольга Альбертовна Кашинцева

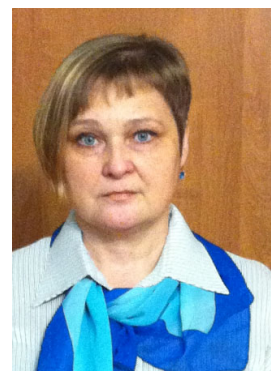
Череповецкий государственный университет,
Череповец, Россия

oakashintceva@chsu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5185-1292>

Olga A. Kashintseva

Cherepovets State University,
Cherepovets, Russia

oakashintceva@chsu.ru, <https://orcid.org/0000-0001-5185-1292>



Аннотация. В данной статье в качестве одного из решений проблемы организации учебного процесса с целью подготовки студентов, имеющих фрагментарные и разрозненные представления о математике, предложена исследовательская модель обучения с применением технологий искусственного интеллекта; дано ее определение; сформулированы принципы, определяющие выбор дидактических приемов, необходимых для организации исследовательского обучения; указаны классы инструментов искусственного интеллекта, которые можно интегрировать в образовательный процесс; описана общая схема исследовательского занятия с поддержкой искусственного интеллекта и предложены рекомендации для ее эффективной реализации. В приложении представлен пример исследовательского занятия с применением генеративного искусственного интеллекта по

© Банин А. А., Кашинцева О. А., 2026

© Banin A. A., Kashintseva O. A., 2026

математическому анализу для студентов направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Также в статье отмечено, что при организации занятий в рамках модели исследовательского обучения необходимо учитывать первоначальный уровень выраженности эмоционального, когнитивного, поведенческого и социального компонентов восприятия математики. В связи с этим на исследовательских занятиях должны использоваться элементы персонализированного и адаптивного обучения, которые могут быть эффективно реализованы с применением инструментов искусственного интеллекта. С целью определения первоначального уровня выраженности всех четырех компонентов восприятия в приложении предложен математический опросник с методикой интерпретации результатов. В соответствии с данной методикой было проведено диагностическое анкетирование обучающихся первого курса STEM-направлений и представлен анализ исходного уровня отношения студентов к математике. Исследование показало, что по всем компонентам восприятия уровень выраженности либо «средний», но близкий к «выше среднего», либо «выше среднего». Это было учтено при разработке схемы проведения исследовательского занятия. Ключевой педагогический эффект от использования исследовательской модели обучения достигается не за счет сложности инструментов искусственного интеллекта, а благодаря продуманной структуре исследовательской деятельности, осуществляемой студентами на занятии, где искусственный интеллект играет роль помощника.

Ключевые слова: исследовательская модель обучения, фундаментальная математическая подготовка, искусственный интеллект, STEM-направления подготовки, математический опросник восприятия, уровень выраженности компонентов восприятия, персонализированное и адаптивное обучение

Для цитирования: Банин А. А., Кашинцева О. А. Исследовательское обучение как метод фундаментальной математической подготовки студентов STEM-направлений в условиях цифровой трансформации образования. *Пространство педагогических исследований*, 2025, т. 3, № 3, с. 7–47. <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2026.33.91.001> EDN SWIVDP

Inquiry-Based Learning as a Method of Fundamental Mathematical Training for STEM Students in the Context of Digital Transformation of Education

Abstract. The article proposes an inquiry-based learning model incorporating artificial intelligence technologies as a possible solution to the problem of organizing the educational process for students whose understanding of mathematics is fragmented and disconnected. The study defines the proposed model, formulates the principles that guide the selection of didactic strategies for organizing inquiry-based learning, identifies the classes of artificial intelligence tools suitable for integration into the educational process, describes a general scheme of an AI-supported inquiry-based lesson, and provides recommendations for its effective implementation. The appendix presents a sample inquiry-based lesson in mathematical analysis, supported by generative artificial intelligence, for students in the 01.03.02 Applied Mathematics and Computer Science programme. The article further notes that the organization of lessons based on the inquiry-based learning model should consider the initial degree to which the emotional, cognitive, behavioural, and social components of students' perception of mathematics are expressed. Accordingly, inquiry-based lessons should include elements of personalized and adaptive learning, which may be effectively supported by artificial intelligence tools. To assess the initial level of all four perception

components, the appendix presents a mathematics-related questionnaire and a procedure for interpreting its results. Following this methodology, a diagnostic questionnaire survey was administered to first-year STEM students. This paper presents an analysis of the baseline level of students' attitudes toward mathematics. The study revealed that, for all components of perception, the level of expression was either "average" but close to "above average", or "above average". These results were taken into account when designing the structure of the inquiry-based lesson. The principal pedagogical effect of the inquiry-based learning model is achieved not by the sophistication of artificial intelligence tools, but by the well-structured organization of students' inquiry activity in the classroom, where artificial intelligence functions as a supporting assistant.

Keywords: research-learning model, fundamental mathematical training, artificial intellect, STEM-training areas, mathematics perception questionnaire, the level of severity of the perception components, personalized and adaptive learning

For citation: Banin A. A., Kashintseva O. A. Inquiry-Based Learning as a Method of Fundamental Mathematical Training for STEM Students in the Context of Digital Transformation of Education. *Education Research Environment*, 2026, vol. 3, no. 3, pp. 7–47. (in Russian) <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2026.33.91.001> EDN SWIVDP

Введение

В современном мире, характеризующемся ускорением научно-технического прогресса, усложнением технологических систем и массовым распространением цифровых технологий во всех сферах человеческой деятельности, вопросы качества фундаментальной математической подготовки студентов, осваивающих образовательные программы STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics), приобретают первостепенное значение. Исследователи подчеркивают необходимость признания за математикой ее законного места как фундаментальной дисциплины, формирующей когнитивные структуры, необходимые для успешной профессиональной реализации в наукоемких областях, а не просто как вспомогательного средства для решения прикладных задач¹. Именно глубина математического мышления, а не узкая специализация, определяет по-

¹ Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах. *Образование и наука*, 2024, № 26 (7), с. 12–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-12-43> EDN: LFGAHT; Сидняев Н. И., Склиаринский Л. С. О роли современного математического образования при реализации сложных задач в области химии. *Математическое образование*, 2024, № 3(111), с. 46–52. EDN: PMDQKF; Семенов А. Л., Абылкасымова А. Е. «Каждый человек может овладеть правильным использованием математических методов»: актуальность идей Л. Д. Кудрявцева для современного математического образования. *Высшее образование в России*, 2024, т. 33, № 4, с. 84–100. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2024-33-4-84-100> EDN: JCWTIH; Тестов В. А., Перминов Е. А. Трансдисциплинарная роль физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании. *Образование и наука*, 2023, т. 25, № 7, с. 14–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2023-7-14-43> EDN: ZJHRWV

тенциал выпускника вуза к инновационной деятельности и адаптации в условиях быстро меняющихся технологических устоев. В связи с этим актуальность фундаментальной математической подготовки для студентов STEM-направлений обусловлена несколькими факторами. Во-первых, математика является универсальным языком описания реальности в естественных науках и инженерии. Во-вторых, овладение математическим аппаратом на глубоком уровне способствует развитию когнитивных способностей, таких как абстрактное мышление, логика, способность к формализации и структурному анализу. Следовательно, повышая фундаментальную математическую подготовку студента вуза, выполняем три ключевые функции: *первую – инструментально-методологическую*, обеспечивая будущего специалиста аппаратом для формализации и решения сложных профессиональных задач; *вторую – когнитивно-развивающую*, формируя абстрактное, логическое и структурное мышление, необходимое для научного творчества; *третью – прогностическую*, позволяя выпускнику адаптироваться к смене технологических укладов за счет глубокого понимания базовых закономерностей. Кроме того, происходящий в современном обществе процесс цифровой трансформации образования приводит к новым целям и задачам математической подготовки. Существенную роль здесь играет компьютерный математический эксперимент¹, цифровые инструменты поддержки математического открытия и доказательства².

В настоящей статье рассматривается модель исследовательского обучения с применением технологий искусственного интеллекта (ИИ), которая может быть использована для фундаментальной математической подготовки студентов STEM-направлений. Эта модель представляет собой такую организацию образовательного процесса, при которой студенты систематически включаются в процесс решения проблем и выполнения задач, построенных на основе учебного материала, с целью овладения новыми знаниями, способами действий и развития исследовательских навыков. Появление технологий ИИ открывает широкие возможности для реализации исследовательского обучения на новом

¹ Тестов В. А. Об экспериментальной составляющей математического образования в цифровую эпоху. *Пространство педагогических исследований*, 2025, т. 2, № 2 (6), с. 70–81. <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005> EDN: LRHRLG; Шабат Г. Б., Семенов А. Л. Компьютерный эксперимент в обучении математики. *Доклады РАН. Математика, информатика, процессы управления*, 2023, № 1, т. 511, с. 111–137. <https://doi.org/10.31857/S2686954323700212> EDN: VRUGUQ

² Семенов А. Л., Абылкасымова А. Е. «Каждый человек может овладеть правильным использованием математических методов»: актуальность идей Л. Д. Кудрявцева для современного математического образования. *Высшее образование в России*, 2024, т. 33, № 4, с. 84–100. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2024-33-4-84-100> EDN: JCWTIH

уровне, обеспечивая индивидуализацию, адаптивность и инструментальную поддержку действий студентов. Данная дидактическая модель позволяет интегрировать фундаментальное математическое знание в начальную научную деятельность без потери его глубины и системности. В статье сформулированы основные принципы, определяющие выбор дидактических приемов, необходимых для организации исследовательского обучения; указаны классы инструментов ИИ, которые можно интегрировать в образовательный процесс; описана общая схема исследовательского занятия с использованием инструментов ИИ и предложены рекомендации для эффективной реализации данной схемы; представлен пример такого занятия по математическому анализу для студентов первого курса направления «Прикладная математика и информатика».

Поскольку технологии ИИ позволяют организовать учебный процесс с элементами персонализированного и адаптивного обучения, то предлагается при выборе дидактических приемов исследовательского обучения учитывать исходный уровень выраженности восприятия студентом математики по четырем составляющим: эмоциональному фону, связанному с математикой (эмоциональный компонент), глубине и зрелости убеждений о природе математики и способах ее изучения (когнитивный компонент), уровню мотивации и настойчивости при решении задач (поведенческий компонент), степени и характеру влияния образовательного окружения (социальный компонент). Для оценки уровня выраженности каждого компонента в данной статье представлен специальный математический опросник восприятия. На его основе выполнен диагностический анализ исходного уровня отношения к математике студентов STEM-направлений «Программная инженерия», «Прикладная математика и информатика», «Мехатроника и робототехника». Результаты исследования также представлены в данной работе.

Основная часть

В условиях цифровой трансформации образования интеграция технологий ИИ в образовательный процесс вуза и, в частности, в модель исследовательского обучения представляется важным шагом к модернизации системы фундаментальной математической подготовки студентов STEM-направлений и повышению ее эффективности.

Обзор связанных работ

В специализированной литературе проблемам организации и вовлечения обучающихся в научно-исследовательскую деятельность посвящено большое количество научных работ. В основном они направлены на анализ современных практик преподавания в рамках модели исследовательского обучения, на изучение мотивационных факторов к научно-исследовательской работе студентов,

на интеграцию ИИ. Так, в работе М. Джуниантари и др.¹ представлена разработка и оценка мобильных средств «бесшовного» обучения исследовательской деятельности (mobile seamless inquiry media, MoSIM). Их можно рассматривать как инновационное образовательное решение, объединяющее исследовательское обучение (inquiry-based learning, IBL) и «бесшовное обучение» в мобильном формате, адаптированном к характеристикам поколения Z, обладающего высокой цифровой грамотностью. По мнению авторов статьи, использование мобильных технологий MoSIM позволяет студентам, преодолевая ограничения традиционного классного обучения, участвовать в исследовательских мероприятиях в любое время и в любом месте и обеспечивает практичное и гибкое решение для преподавания абстрактных математических концепций за пределами классного времени. Данные выводы подтверждаются успешным применением MoSIM и соответствующими статистическими тестами, результаты которых также представлены в данной работе.

Исследование проводилось с использованием модели педагогического дизайна ADDIE (Analysis, Design, Development, Implementation, Evaluation), где на этапе анализа была проведена диагностика обучающихся с целью выявления исходного уровня отношения студентов к математике. В ходе работы был задействован математический опросник восприятия (Mathematics Perception Questionnaire, (MPQ)), разработанный И. М. Гомес-Чакон, А. Басело и Х. М. Марбаном. Данный опросник – это психометрический инструмент, который позволяет преподавателям не только узнать, «нравится» ли студенту математика, но и построить многомерный профиль его восприятия. Этот профиль включает оценку эмоций реципиента, его убеждения и установки, влияющие на учебный процесс, мотивацию и успехи в математике. MPQ помогает понять, по какой причине обучающийся испытывает трудности или, наоборот, проявляет интерес к предмету.

В статье С. Коес Хандаянто и др.² авторы рассматривают использование электронного скаффолдинга в рамках модели исследовательского обучения (в статье эта модель имеет название «Модель обучения на основе запросов»), что-

¹ Джуниантари М., Дегенг И. Н. С., Улфа С., Накая А. Мобильные средства бесшовного обучения исследовательской деятельности: эффективные стратегии для повышения результатов обучения концептуальной математике студентов в цифровую эпоху. *Образование и наука*, 2025, № 27(5), с. 68–90. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2025-5-68-90> EDN: HVQLCC

² Коес Хандаянто С., Фаваиз С., Тауфик А. Использование электронного скаффолдинга для развития научного мышления студентов через обучение на основе запросов. *Образование и наука*, 2024, т. 26, № 3, с. 69–90. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-3082> EDN: HYSUQL

бы помочь студентам развивать их научное мышление. Традиционный педагогический скаффолдинг представляет собой поддержку обучающегося преподавателем в виде наводящих вопросов, подсказок, а электронный скаффолдинг – это технологически усиленный подход к оказанию учебной помощи. Использование электронного скаффолдинга позволяет сделать наводящие вопросы и подсказки адаптивными, персонализированными, пронизанными технологиями и работающими в реальном времени. Примерами таковых могут являться адаптивные обучающие платформы (система сама определяет слабые места ученика и предлагает ему персонализированные задания и подсказки для их устранения), инструменты с ИИ-ассистентом (ChatGPT или другие AI-помощники, которые могут выступать в роли репетитора, давая развернутые объяснения, отвечая на вопросы и предлагая примеры ровно того уровня сложности, который нужен студенту), интерактивные симуляции и VR / AR (студент изучает сложные научные темы через взаимодействие с цифровой средой, предоставляющей немедленную визуальную и тактильную обратную связь), системы автоматической проверки и анализа работ (анализируют ход мыслей обучающегося, находят место, где он совершил ошибку, и дают конкретный комментарий), умные дашборды для педагога (технология собирает данные об успеваемости всей группы студентов и показывает преподавателю, кому из них и в чем именно нужна помощь, позволяя преподавателю эффективнее распределять свои силы и время). Авторами статьи по итогам исследований был сделан вывод, что результаты, полученные студентами, варьируются в зависимости от их предыдущих знаний, потому что стратегии скаффолдинга различаются исходя из запроса. Следовательно, всем обучающимся должны быть предоставлены различные уровни скаффолдинга на основе их предыдущих знаний, это необходимо для облегчения усвоения новой информации студентами. В данной работе анализируется модель электронного скаффолдинга с многоуровневыми вариантами. В ходе исследования было обнаружено, что существуют значительные различия в саморегуляции обучающихся в зависимости от их предварительных знаний по предмету, при чем электронный скаффолдинг развивается интенсивнее в саморегуляции студентов с низким уровнем предварительных знаний. Также было отмечено, что указанная категория обучающихся нуждалась во вспомогательных элементах скаффолдинга для овладения понятийным аппаратом, в то время как студенты с высоким уровнем знаний применяли их только для получения ответа задачи. По результатам исследований авторами сделан вывод, что многоуровневый электронный скаффолдинг может применяться преподавателями в целях улучшения научного мышления обучающихся. Кроме того, разработчики образовательных технологий могут принять во внимание дизайн многоуровневого электронного скаффолдинга для обеспечения адаптивной системы.

В рамках модели исследовательского обучения важную роль играет мотивация студентов к научно-исследовательской деятельности. В статье В. Н. Головачевой и др.¹ выявлены основные факторы, влияющие на процессы активизации научно-исследовательской работы студентов, и представлены рекомендации по повышению активности их участия ней. В процессе итеративной экспертизы авторами данной статьи установлено, что существенный вклад в привлечение студентов к научно-исследовательской деятельности вносят расширение использования информационных технологий в данной сфере и система поощрений. По мнению исследовательской группы, применение информационных технологий позволяет улучшить отношение студентов к научно-исследовательской работе посредством интерактивного диалога обучающихся с различными современными компьютерными системами и системами ИИ, а также значительно расширяет границы познавательно-исследовательского потенциала студентов. В условиях активного использования информационных технологий преподаватель становится наставником и научным консультантом, медиатором научных знаний и партнером в исследовании, проводником в мир научных знаний, помогая обучающимся сформировать ценностное отношение к предмету.

Одно из ключевых достоинств интеграции ИИ-технологий в образование заключается в создании на их основе условий для персонализированного обучения, что дает возможность эффективнее применять элементы такого обучения в качестве одного из дидактических приемов в рамках исследовательской модели обучения для фундаментальной математической подготовки студентов. В статье П. В. Сысоева² изучается готовность студентов российских вузов к персонализированному обучению посредством инструментов ИИ. С целью определения данного параметра исследователем было проведено онлайн-анкетирование, в котором приняли участие 1211 студентов из 38 вузов РФ. Результаты опроса, представленные в настоящей работе, свидетельствуют о том, что на современном этапе около 50 % студентов используют ИИ для решения разных учебных задач, при этом только 45–60 % респондентов выразили готовность к персонализированному обучению. Кроме того, далеко не все опрошен-

¹ Головачева В. Н., Баширов А. В., Накипова Г. Н., Ханов Т. А. Исследование факторов активизации научно-исследовательской работы студентов с использованием процесса итеративной экспертизы. *Образование и наука*, 2024, № 26 (7), с. 44–69. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-44-69> EDN: JEDDL Y

² Сысоев П. В. Персонализированное обучение на основе технологий искусственного ин-теллекта: насколько готовы современные студенты к новым возможностям получения образования. *Высшее образование в России*, 2025, т. 34, № 2, с. 51–71. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-2-51-71> EDN: WEAGVQ

ные полностью представляют сущность и потенциал персонализированного обучения, готовы и желают выступать субъектами учебного процесса, несущими полную ответственность за процесс и результат обучения. Отметим также, что персонализированное обучение предъявляет новые требования к преподавателям, функция которых заключается в подготовке обучающихся к взаимодействию с ИИ, адекватной оценке своих способностей, формулированию цели обучения, проверке материалов обратной связи от генеративного ИИ, построению индивидуальной траектории обучения, определению темпа обучения, осуществлению отбора его содержания, средств и методов, рефлексии своей учебно-познавательной деятельности.

В работе Д. Д. Вавиловой и др.¹ дается оценка потенциала применения технологий ИИ в российской высшей школе на основе сравнительного анализа отечественного и зарубежного опыта. Масштаб применения ИИ оценивался по двум ключевым характеристикам – уровню охвата вузов и глубине интеграции технологий. На основе сравнительного анализа практик внедрения ИИ в 36 университетах мира (включая 15 российских) авторы выявили пять ключевых направлений его использования: управление и аналитика, адаптивное обучение, оптимизация работы преподавателей, организация учебного процесса и поддержка научных исследований. Также была установлена сильная корреляция ($r = 0,92$) между количеством вузов с успешными практиками внедрения ИИ в стране и позицией государства в рейтинге Global AI Index. Исследователи особо отмечают, что значительный рост внедрения технологий ИИ в образование связан с развитием генеративного ИИ, используемого для создания образовательного контента, включая текст, рисунки, видео, звук, программный код, дизайн курса. Наиболее актуальным является применение технологий компьютерного зрения, обработки естественного языка и речи, интеллектуальной поддержки принятия решений. Технологии ИИ внедряются для автоматизации проверки домашних заданий, реализации адаптивного обучения, упрощения и автоматизации подготовки преподавателя к занятиям, проектирования и разработки образовательных продуктов, автоматизации самостоятельной работы обучающихся, сбора данных и прогнозирования результатов обучения, создания индивидуальных образовательных траекторий, а также в иных целях, необходимых для повышения качества образования. В статье отмечается, что, согласно данным мировой статистики, 53 % рынка информационных технологий для образования приходится на долю образовательных платформ и цифровых

¹ Вавилова Д. Д., Касаткина Е. В., Файзуллин Р. В. Оценка потенциала масштабирования инструментов искусственного интеллекта в высшем образовании: российский и зарубежный опыт. *Образование и наука*, 2025, № 27 (9), с. 128–157. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2025-8-128-157> EDN: MCIXWT

ассистентов, а преподаватели по всему миру констатируют, что использование цифровых ассистентов до 70 % сокращает время на оценку заданий. Кроме того, в данном исследовании указывается, что инструменты на базе ИИ могут предоставлять персонализированные рекомендации с точностью до 91 %, это играет важную роль при организации исследовательской модели обучения. Исходя из проведенного сравнительного анализа, авторы статьи отмечают, что в российских университетах применение ИИ носит преимущественно фрагментарный и экспериментальный характер в отличие от системного подхода, наблюдаемого в странах-лидерах глобальных ИИ-рейтингов.

Внедрение технологий генеративного ИИ в образовательный процесс высшей школы является одним из актуальных и перспективных направлений развития педагогической теории и практики. В статье Е. А. Кошкиной и др.¹ представлены результаты обобщения и систематизации научно-практической информации об основных направлениях применения отечественным научно-педагогическим сообществом инструментов генеративного ИИ в образовательный процесс высшей школы, а также о сопутствующих сложностях. Исследование, представленное в настоящей работе, построено на основе аналитического обзора отечественных публикаций, посвященных теоретическим и прикладным проблемам внедрения инструментов генеративного ИИ в вузах страны. В ходе работы было установлено, что применение генеративного ИИ сопровождается рядом факторов:

1) профилирование и прогнозирование подразумевает анализ профилей обучающихся, и на основе полученных результатов осуществляется моделирование темпов и направлений продвижения обучающихся в освоении образовательных программ с целью оказания своевременной поддержки;

2) разработка интеллектуальных систем обучения предполагает преподавание отдельных учебных дисциплин с использованием технологий ИИ, диагностику сильных сторон или пробелов в знаниях студентов и предоставление автоматизированной обратной связи, подбор учебных материалов на основе потребностей студентов и содействие сотрудничеству между обучающимися;

3) организация совместного обучения включает формирование групп обучающихся для коллективной работы, направленной на решение конкретных задач с опорой на предыдущий и актуальный учебный опыт и достижения;

4) создание адаптивных систем обучения и персонификации основывается на конструировании с помощью технологий ИИ персонализированного контен-

¹ Кошкина Е. А., Бордовская Н. В., Гнедых Д. С., и др. Генеративный искусственный интеллект в высшем образовании: обзор теоретических подходов и практик применения. *Высшее образование в России*, 2025, т. 34, № 6, с. 36–57. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-6-36-57> EDN: AXWAWH

та, материала и упражнений в соответствии с профилем поведения студентов при изучении отдельных дисциплин; разработке концепт-карт; поддержке преподавателей в процессе составления педагогической стратегии;

5) оказание помощи обучающимся подразумевает планирование учебной деятельности, контроль за успеваемостью и получение обратной связи. Кроме того, авторы статьи отмечают, что исследователями применения генеративного ИИ в высшем образовании особое внимание уделяется оценке степени распространенности его инструментов в образовательной практике, а также теоретическому и эмпирическому обоснованию комплекса психологических, организационных и педагогических условий, обеспечивающих успешную интеграцию указанной технологии в образовательный процесс.

Практическая реализация обучения математическим дисциплинам в высших учебных заведениях на основе высокотехнологичных сервисов представлена в работе О. В. Блейхер и др.¹ В ней отражены результаты анализа педагогического эксперимента по персонификации обучения математике в университете ИТМО на основе внедрения чат-ботов по теме «Интегрирование». В эксперименте приняли участие 69 человек из потока студентов университета, изучавших математический анализ в весеннем семестре 2023–2024 учебного года. Студенты осваивали программы бакалавриата инженерного направления. В ходе исследования участникам эксперимента предлагалось пройти тестирование по знакомому материалу, представляющее собой проверку знаний до и после использования чат-бота, в данном случае бота, выдающего информацию по запросу. При этом пользователю (студенту) предлагались на выбор темы, подтемы, теоремы и определения, структурированные согласно методическому материалу, утвержденному Научно-образовательным центром математики ИТМО. Исследователи отмечают положительный дидактический эффект внедрения чат-ботов, выразившийся в увеличении количества верно решенных заданий по изученной теме. Также на основе открытых ответов студентов были определены ключевые направления формирования стека технологий ИИ для методической системы персонифицированного обучения математике, включающего в себя LLM-модели (большие языковые модели), RAG-модели (генерация ответа с использованием результатов поиска), системы адаптивного тестирования.

¹ Блейхер О. В., Снегурова В. И., Боженова М. В. Персонификация обучения математике: о результатах анализа педагогического эксперимента в Университете ИТМО. *Вестник педагогических наук*, 2024, № 8, с. 112–118. <https://doi.org/10.62257/2687-1661-2024-8-112-118> EDN: CPTXGA

Еще один вариант использования технологий ИИ в изучении математических дисциплин представлен в статье З. Ф. Зариповой¹. В данной работе рассматриваются результаты апробации онлайн-системы адаптивного обучения “Plario” как цифрового образовательного «конструктора» уровня математической подготовки студентов-бакалавров первого курса, приступающих к изучению математических дисциплин в вузе. Как отмечает автор, на протяжении последних двух десятилетий наблюдается все нарастающая тенденция к снижению качества математической подготовки выпускников школ, а ее негативное влияние на уровень обучения в вузе становится отправной точкой для необходимости поиска современных решений, в том числе цифровых. Преподаватели математических дисциплин в начале каждого учебного года сталкиваются с рядом труднейших методических задач: «Как на потоке только что зачисленных первокурсников, имеющих фрагментарные и разрозненные представления о математике, организовать эффективное чтение теоретического курса высшей математики (математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики и т. п.)?» «Как организовать практические занятия без потери эффективности в группе с неоднородной математической подготовкой?» «Как преодолеть дефицит математической подготовки студентов-бакалавров первого курса, приступающих к изучению математических дисциплин в вузе?» В качестве возможного решения указанных задач автором рассматривается онлайн-система адаптивного обучения “Plario”, исследуется эффективность ее применения в процессе повторения студентами-бакалаврами школьного курса математики. Проведенный эксперимент позволил исследователю сделать следующие выводы:

1) интеграция системы “Plario” в образовательный процесс активизирует способность к непрерывному образованию и самообразованию первокурсников благодаря условиям, созданным для повторения школьного курса математики;

2) применение «цифрового репетитора» “Plario” сущностно меняет подход к выравниванию математических знаний, умений, навыков первокурсников в условиях сокращения аудиторной нагрузки и расширения доли самостоятельной работы студентов;

3) внедрение онлайн-системы адаптивного обучения “Plario” в образовательный процесс требует особых организационно-педагогических условий, а его непосредственное применение открывает новые перспективы высшего образования в контексте развития адаптивных технологий, механизмов самообу-

¹ Зарипова З. Ф. PLARIO как цифровой инструмент повышения уровня математической подготовки студентов-бакалавров первого курса. *Казанский педагогический журнал*, 2023, № 3 (158), с. 131–139. <https://doi.org/10.51379/KPJ.2023.160.3.017> EDN: ZDVOKN

чения, онлайн-обучения, построения индивидуальных образовательных траекторий, активизации ресурсов мотивации обучающихся.

Диагностический анализ исходного уровня отношения студентов к математике

С целью измерения субъективного отношения к математике, интереса к ней и мотивации к ее изучению был проведен опрос студентов первого курса Череповецкого государственного университета, обучающихся по направлениям «Программная инженерия», «Прикладная математика и информатика», «Мехатроника и робототехника». Для анкетирования использовался математический опросник восприятия, разработанный И. М. Гомес-Чакон, А. Басело и Х. М. Марбаном (см. приложение 1). Исследование проводилось таким образом, чтобы охватить все четыре компонента восприятия математики: *эмоциональный, когнитивный, поведенческий и социальный*. Результаты анкетирования представлены в табл. 1–3.

Таблица 1

Результаты анкетирования студентов направления «Программная инженерия»

Шкала	Компонент	Средний балл	Распределение студентов по уровню выраженности компонента		
			Уровень выраженности	Количество студентов	% студентов
1	2	3	4	5	6
А	Эмоциональный (переживания и чувства)	3,01	Очень высокий	—	—
			Выше среднего	20	23,0 %
			Средний	47	54,0 %
			Ниже среднего	20	23,0 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>87</i>	<i>100 %</i>
Б	Когнитивный (убеждения о математике)	3,38	Очень высокий	2	2,3 %
			Выше среднего	34	39,1 %
			Средний	46	52,9 %
			Ниже среднего	5	5,7 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>87</i>	<i>100 %</i>

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6
В	Поведенческий (мотивация и стратегии)	3,35	Очень высокий	1	1,1 %
			Выше среднего	30	34,5 %
			Средний	52	59,8 %
			Ниже среднего	4	4,6 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>87</i>	<i>100 %</i>
Г	Социальный (влияние окружения)	3,33	Очень высокий	4	4,6 %
			Выше среднего	37	42,5 %
			Средний	38	43,7 %
			Ниже среднего	8	9,2 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>87</i>	<i>100 %</i>

Таблица 2

**Результаты анкетирования студентов направления
«Прикладная математика и информатика»**

Шкала	Компонент	Средний балл	Распределение студентов по уровню выраженности компонента		
			Уровень выраженности	Количество студентов	% студентов
1	2	3	4	5	6
А	Эмоциональный (переживания и чувства)	3,12	Очень высокий	—	—
			Выше среднего	5	33,3 %
			Средний	9	60,0 %
			Ниже среднего	1	6,7 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>15</i>	<i>100 %</i>
Б	Когнитивный (убеждения о математике)	3,42	Очень высокий	1	6,7 %
			Выше среднего	4	26,7 %
			Средний	10	66,7 %
			Ниже среднего	—	—
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>15</i>	<i>100 %</i>

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6
В	Поведенческий (мотивация и стратегии)	3,69	Очень высокий	1	6,7 %
			Выше среднего	9	60,0 %
			Средний	5	33,3 %
			Ниже среднего	—	—
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>15</i>	<i>100 %</i>
Г	Социальный (влияние окружения)	3,87	Очень высокий	1	6,7 %
			Выше среднего	11	73,3 %
			Средний	3	20,0 %
			Ниже среднего	—	—
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>15</i>	<i>100 %</i>

Таблица 3

**Результаты анкетирования студентов направления
«Мехатроника и робототехника»**

Шкала	Компонент	Средний балл	Распределение студентов по уровню выраженности компонента		
			Уровень выраженности	Количество студентов	% студентов
1	2	3	4	5	6
А	Эмоциональный (переживания и чувства)	3,09	Очень высокий	—	—
			Выше среднего	1	14,3 %
			Средний	5	71,4 %
			Ниже среднего	1	14,3 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	<i>7</i>	<i>100 %</i>
Б	Когнитивный (убеждения о математике)	3,30	Очень высокий	—	—
			Выше среднего	3	42,9 %
			Средний	4	57,1 %
			Ниже среднего	—	—

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5	6
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	7	100 %
В	Поведенческий (мотивация и стратегии)	3,06	Очень высокий	—	—
			Выше среднего	3	42,8 %
			Средний	2	28,6 %
			Ниже среднего	2	28,6 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	7	100 %
Г	Социальный (влияние окружения)	3,43	Очень высокий	1	14,3 %
			Выше среднего	1	14,3 %
			Средний	4	57,1 %
			Ниже среднего	1	14,3 %
			Очень низкий	—	—
			<i>Всего</i>	7	100 %

Как видно из таблиц, средний балл по эмоциональному компоненту восприятия математики по всем направлениям подготовки различается незначительно и характеризуется как «средний» уровень выраженности данной составляющей у студентов. При этом по каждому из направлений подготовки в отдельности большинство студентов также имеет «средний» уровень выраженности эмоционального восприятия математики. Подобный эмоциональный фон можно интерпретировать как «эмоциональный разброд», когда присутствует интерес к одной теме и полное отторжение другой, успех вызывает радость, а первая же трудность – разочарование. Для таких студентов эмоции непредсказуемы и ситуативны. По этой причине ключевая задача для успешного освоения ими предмета состоит в выравнивании эмоционального фона, следовательно, в план занятий, подразумевающих исследовательское обучение, *необходимо включить элементы рефлексии*. Однако среди студентов есть обучающиеся с уровнем выраженности эмоционального компонента как «выше среднего», так и «ниже среднего», поэтому в занятия следует включать разнообразные и интересные задачи для студентов с уровнем «выше среднего», чтобы поддерживать эмоциональный настрой, и прикладные визуальные, игровые – для студентов с эмо-

циональным настроем «ниже среднего» с целью создания «ситуации гарантированного успеха».

Уровень выраженности когнитивного компонента, отражающего глубину и зрелость убеждений о природе математики и способах ее изучения, также незначительно отличается по разным направлениям подготовки: средний балл для студентов направления «Программная инженерия» – 3,38, «Прикладная математика и информатика» – 3,42, «Мехатроника и робототехника» – 3,30. Указанные значения позволяют говорить о «среднем» уровне выраженности этого компонента восприятия математики, однако следует отметить, что они более близки к уровню «выше среднего», чем эмоциональный компонент. Отметим, что среди студентов направления «Программная инженерия» есть обучающиеся с «очень высоким» уровнем выраженности когнитивного компонента (2,3 %) и значительное количество студентов с уровнем «выше среднего» (39,1 %). В связи с этим рекомендуется при разработке занятий по модели исследовательского обучения ориентироваться на уровень развития данного компонента «выше среднего», который характеризует зрелое и прагматичное восприятие математики. Следовательно, на занятиях необходимо *укреплять связь с профессиональными дисциплинами* и показывать, как абстрактные концепции работают в реальных инженерных, экономических, Data Science-моделях.

Что касается уровня выраженности поведенческого компонента восприятия, отражающего стратегии обучения, степень мотивации и настойчивости в решении задач, то он также неодинаков для разных направлений подготовки. Средний балл студентов, обучающихся по курсу «Программная инженерия» равен 3,35, это соответствует «среднему» уровню, однако он приближен к показателю «выше среднего». Для направления «Прикладная математика и информатика» средний балл составляет 3,69, что можно квалифицировать как уровень «выше среднего». Причем среди обучающихся по этим направлениям есть студенты с «очень высоким» уровнем выраженности поведенческой компоненты восприятия математики (6,7 %) и весьма существенная доля студентов с уровнем выраженности «выше среднего» (60 %). Обучающиеся с таким уровнем развития поведенческого компонента являются ответственными и добросовестными исполнителями, умеющими работать как индивидуально, так и в группе. По этой причине на занятиях исследовательского обучения у студентов направлений «Программная инженерия» и «Прикладная математика и информатика» *важно помогать ставить более сложные долгосрочные цели и поощрять инициативу в выборе тем для углубленного изучения*.

Средний балл для направления «Мехатроника и робототехника» оказался ниже, чем для предыдущих и составил 3,06. Этот показатель соответствует «среднему» уровню выраженности поведенческого компонента. У студентов,

входящих в данную категорию, активность зависит от дедлайна, настроения, простоты темы (ситуационная активность). Периоды продуктивной работы чередуются с постоянным откладыванием важных и срочных дел. Следовательно, при разработке занятий для направления подготовки «Мехатроника и робототехника» необходимо включать *элементы планирования; задачи, предполагающие их дробление на подзадачи; промежуточные контрольные точки.*

Последний, четвертый компонент восприятия, социальный, отражающий степень и характер влияния образовательного окружения, показывает следующие средние баллы: 3,33 – для направления подготовки «Программная инженерия», 3,87 – «Прикладная математика и информатика», 3,43 – «Мехатроника и робототехника». Согласно указанным значениям, уровень выраженности социального компонента у студентов направления подготовки «Прикладная математика и информатика» можно определить как «выше среднего», а у двух других – как «средний», но ближе к «выше среднего». Отметим, что среди студентов каждого направления подготовки есть те, кто имеет «очень высокий» уровень выраженности социального компонента. При организации исследовательского обучения рекомендуется учитывать данный факт для всех направлений подготовки. Студенты с таким уровнем развития социального компонента восприятия математики ценят и используют поддержку преподавателя, комфортно чувствуют себя в группе. Окружение воспринимается ими как полезный ресурс, но при этом не является единственным источником мотивации. В связи с этим занятия, организованные по модели исследовательского обучения, *должны поддерживать комфортный климат в группе и поощрять студентов к более активной роли в командной работе.*

Проведенная диагностика исходного уровня отношения студентов к математике показывает, что для успешной реализации исследовательского обучения студентов указанных направлений подготовки с учетом их первоначального восприятия математики необходимы следующие элементы и формы организации учебного процесса: персонализированное и адаптивное обучение, самообучение, обучение с активизацией ресурсов мотивации студентов. Информационные же технологии с поддержкой ИИ позволяют наиболее эффективным образом спланировать и осуществить такой учебный процесс.

Исследовательская модель обучения с поддержкой искусственного интеллекта

Исследовательская модель обучения представляет собой такую организацию образовательного процесса, при которой студенты систематически включаются в решение проблем и выполнение задач, построенных на основе учебного материала, с целью овладения новыми знаниями, способами действий и развития исследовательских навыков.

Дидактические приемы реализации исследовательского обучения должны обеспечивать активизацию познавательной самостоятельности студентов и развитие их исследовательских навыков, и как следствие – повышение качества фундаментальной математической подготовки обучающихся STEM-специальностей. При этом выбор дидактических приемов основывается на ряде принципов.

1. *Принцип фундаментальности* предполагает, что приемы должны способствовать освоению сущностных оснований математики, а не только операционных навыков.

2. *Принцип бинарности* подразумевает, что приемы должны одновременно решать задачи усвоения математического содержания и развития исследовательских умений.

3. *Принцип инструментальности* предполагает использование современных цифровых инструментов, включая средства ИИ, как органической части исследовательского процесса.

4. *Принцип рефлексивности* подразумевает использование приемов, включающих механизмы осознания студентом собственной познавательной деятельности.

5. *Принцип контекстности* основан на том, что приемы призваны связывать абстрактное математическое знание с контекстом будущей профессиональной деятельности STEM-специалиста.

Инструменты ИИ, которые можно интегрировать в образовательный процесс, использующий исследовательское обучение, делятся на следующие классы:

1) *адаптивные обучающие системы* – это системы, способные диагностировать состояние знаний студента и предлагать индивидуализированную траекторию обучения;

2) *генеративные языковые модели* – это модели, открывающие возможности для организации диалога в процессе исследования;

3) *системы компьютерной алгебры и математического программного обеспечения с функциями искусственного интеллекта* – это современные математические пакеты, способные предлагать пути решения;

4) *аналитические платформы и инструменты визуализации данных*;

5) *гибридные интеллектуальные обучающие среды* – это специализированные среды, объединяющие различные компоненты ИИ для поддержки исследовательской деятельности.

Занятия с поддержкой ИИ могут использоваться как для изучения нового материала, так и для повторения / закрепления изученного. Для усвоения нового материала могут применяться такие формы учебной деятельности, как про-

блемное введение с ИИ-генерацией гипотез, исследовательский практикум «ИИ-ассистент исследователя», междисциплинарное исследование с ИИ-обработкой данных, «Историческая реконструкция», «Конструкторское бюро». В качестве типов занятий для повторения / закрепления изученного выделяются следующие: ИИ-баттл «Защита от ИИ-галлюцинаций», ролевая игра «Я – эксперт, ИИ – ассистент», исследовательский кейс «Обратная задача», исследовательские практикумы «Математическое расследование», «Я – автор задачника».

Ниже в табл. 4 описана общая схема исследовательского занятия с использованием *генеративной языковой модели*. Тип занятия – исследовательский практикум с поддержкой ИИ-инструмента. Дидактические приемы: проблематизация, выдвижение гипотез, работа с данными, анализ, рефлексия. Формы работы: индивидуальная, парная, групповая, фронтальная. Схема занятия учитывает определенные в ходе диагностического исследования, описанного выше, исходные уровни выраженности компонентов восприятия математики студентами.

Таблица 4

Схема исследовательского занятия с поддержкой ИИ

№ этапа	Наименование этапа	Продолжительность этапа	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов	Использование ИИ
1	2	3	4	5	6
1	Вход в исследование	10–12 минут	Создает проблемную ситуацию через демонстрацию противоречия, необычного факта или практической задачи. Формулирует вместе со студентами исследовательский вопрос. Проводит быстрый опрос для выявления начальных знаний	Включаются в обсуждение, задают уточняющие вопросы. Фиксируют проблему и исследовательский вопрос. Участвуют в опросе	Не используется на этом этапе

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5	6
2	Выдвижение гипотез и планирование	15 минут	Организует мозговой штурм, фиксирует гипотезы на доске. Направляет студентов к формулированию проверяемых предположений. Помогает спланировать последовательность действий. Консультирует студентов в составлении промта (запроса к языковой модели)	Предлагают свои версии решения проблемы. Обсуждают их в парах / малых группах. Формулируют 2–3 собственные гипотезы. Составляют предварительный план исследования	Студенты обращаются к языковой модели. Сравнивают предложенные ИИ гипотезы со своими. Отбирают наиболее перспективные для проверки. Студенты фиксируют, какие гипотезы взяты у ИИ, а какие предложены самостоятельно
3	Эксперимент и проверка гипотез	30 минут	Выступает в роли консультанта: отвечает на вопросы, помогает интерпретировать промежуточные результаты. Наблюдает за работой, фиксирует типичные затруднения. При необходимости дает микро-подсказки, но не готовые решения. Следит за временем. Консультирует студентов в составлении промта	Проводят запланированные эксперименты (вычисления, построение графиков, анализ примеров). Фиксируют промежуточные результаты. Сравнивают полученные данные с гипотезами. При возникновении трудностей обращаются к ИИ за разъяснениями	Студенты используют языковую модель в следующих режимах: 1) проверка вычислений; 2) объяснение непонятных моментов; 3) генерация дополнительных примеров; 4) помощь в интерпретации
4	Анализ и интерпретация результатов	15 минут	Организует обсуждение промежуточных итогов. Помогает сформулировать корректные выводы. Задает наводящие вопросы. Консультирует студентов в составлении промта	Анализируют полученные результаты. Сравнивают их с первоначальными гипотезами. Формулируют предварительные выводы. Готовят краткое сообщение (устное) о результатах	Студенты обращаются к языковой модели для: 1) критического анализа выводов; 2) формулировки строгих заключений; 3) поиска альтернативных объяснений

Окончание таблицы 4

1	2	3	4	5	6
5	Общие выводы по занятию и рефлексия	15–18 минут	Организует мини-конференцию: группы по очереди представляют свои выводы (по 2–3 минуты). Задаёт вопросы от «оппонента». Проводит итоговую рефлекссию: что узнали нового, что было трудно, как помогал ИИ. Консультирует студентов в составлении промта	Представляют результаты своей исследовательской работы. Отвечают на вопросы других групп. Участвуют в обсуждении. Заполняют рефлексивную анкету или участвуют в блиц-опросе	Студенты используют языковую модель для: 1) подготовки выступления; 2) улучшения формулировок; 3) генерации вопросов для обсуждения
6	Домашнее задание	2–3 минуты	Формулирует дифференцированное задание с учетом уровня подготовки. Обязательно включает пункт о работе с ИИ и рефлексии этой работы (написать краткий отчет с указанием запросов, заданных ИИ, его ответов, все ли ответы ИИ были верны, пришлось ли с ним спорить)	Фиксируют задание, уточняют детали	Студенты используют языковую модель при выполнении домашнего задания, но с обязательным требованием: приложить отчет о том, как именно использовался ИИ, какие запросы задавались, и как студент проверял полученные ответы

Нужно отметить, что для эффективной реализации данной схемы рекомендуется соблюдать следующие принципы:

1) прежде чем обратиться к ИИ, студент должен сформулировать собственную гипотезу, попытаться решить задачу самостоятельно, четко понять, какой именно вопрос он хочет задать;

2) любой ответ ИИ необходимо проверить на логическое соответствие / несоответствие известным фактам;

3) студентам следует фиксировать (в черновике или отчете) следующие моменты: какой запрос они задали, какой ответ получили, как они этот ответ проверили, использовали они его или отвергли;

4) запрещается выдавать ответы ИИ за свои без анализа, копировать большие фрагменты текста без указания источника, использовать ИИ для фальсификации данных.

Важно отметить, что ключевой педагогический эффект такого занятия достигается не за счет инструментов ИИ, а благодаря *продуманной структуре исследовательской деятельности*, в которой ИИ лишь играет роль помощника.

Пример исследовательского занятия по математическому анализу для студентов первого курса, обучающихся по направлению «Прикладная математика и информатика», с использованием инструментов ИИ в соответствии с предложенной выше схемой представлен в приложении 2.

Выводы

Цифровая трансформация образования создает новые условия для реализации исследовательского обучения в высшей школе. Модель исследовательского обучения, обогащенная возможностями ИИ, позволяет не только передавать фундаментальные математические знания, но и формировать у студентов STEM-направлений готовность к самостоятельной исследовательской деятельности, критическому мышлению и эффективному использованию современных технологий. Анализ возможностей ИИ-инструментов показал, что ИИ способен выполнять широкий спектр функций в рамках исследовательского обучения – от адаптивного тьюторинга и генерации задач до анализа решений и обеспечения обратной связи. При этом принципиальным условием для эффективного исследовательского обучения с использованием ИИ-технологий остается соблюдение дидактических принципов «сначала сам, потом ИИ» и критического отношения к результатам машинной генерации. Помимо внедрения ИИ-инструментов в исследовательское обучение, предложено при выборе дидактических приемов учитывать первоначальный уровень выраженности эмоционального, когнитивного, поведенческого и социального компонентов восприятия математики у обучающихся. Он может быть определен с помощью математического опросника восприятия, который рассмотрен в данной статье. Разработанная и представленная в работе схема учебных занятий, организованных по модели исследовательского обучения с учетом исходного отношения студентов к математике, продемонстрирована на примере занятия по математическому анализу для студентов первого курса направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Вариативность типов занятий (проблемное введение, исследовательский практикум, междисциплинарное исследование, ИИ-баттл, ролевая игра, обратная задача, историческая реконструкция, конструкторское бюро, математическое расследование, автор задачника) позволяет охватить как стадии изучения нового материала, так и этапы его закрепления и

систематизации. Ключевым методическим результатом использования исследовательской модели обучения с ИИ-поддержкой для организации учебного процесса стал вывод о том, что при продуманной структуре занятия и четком распределении ролей преподавателя и студента технологии ИИ способны обеспечить высокий уровень исследовательской активности и глубины освоения фундаментального математического знания.

Авторами предлагается перспективное современное решение организации учебного процесса с целью повышения уровня математической подготовки студентов, имеющих фрагментарные и разрозненные представления о математике, при дефиците времени и незначительно выраженной мотивации обучающихся. Результаты работы обладают практической значимостью и могут быть использованы российскими вузами для разработки исследовательской модели обучения с ИИ-поддержкой.

Список литературы / References

Блейхер О. В., Снегурова В. И., Боженова М. В. Персонализация обучения математике: о результатах анализа педагогического эксперимента в Университете ИТМО. *Вестник педагогических наук*, 2024, № 8, с. 112–118. <https://doi.org/10.62257/2687-1661-2024-8-112-118> EDN: CPTXGA

Bleikher O. V., Snegurova V. I., Bozhenova M. V. Personalization of mathematics teaching: re-sults of the analysis of a pedagogical experiment at ITMO University. *Bulletin of Pedagogical Sciences*, 2024, no. 8, pp. 112–118. (In Russ.) <https://doi.org/10.62257/2687-1661-2024-8-112-118> EDN: CPTXGA

Вавилова Д. Д., Касаткина Е. В., Файзуллин Р. В. Оценка потенциала масштабирования инструментов искусственного интеллекта в высшем образовании: российский и зарубежный опыт. *Образование и наука*, 2025, № 27 (9), с. 128–157. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2025-8-128-157> EDN: MCIXWT

Vavilova D. D., Kasatkina E. V., Faizullin R. V. Assessing the scaling potential of artificial intelligence tools in higher education: Russian and international experiences. *The Education and science journal*, 2025, no. 27 (9), pp. 128–157. (In Russ.) <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2025-8-128-157> EDN: MCIXWT

Головачева В. Н., Баширов А. В., Накипова Г. Н., Ханов Т. А. Исследование факторов активизации научно-исследовательской работы студентов с использованием процесса итеративной экспертизы. *Образование и наука*, 2024, № 26 (7), с. 44–69. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-44-69> EDN: JEDDL Y

Golovachyova V. N., Bashirov A. V., Nakipova G. N., Khanov T. A. Research on factors that activate university students' research work using the iterative examination process. *The Education and Science Journal*, 2024, no. 26 (7), pp. 44–69. (In Russ.) <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-44-69> EDN: JEDDL Y

Джуниантари М., Дегенг И. Н. С., Улфа С., Накая А. Мобильные средства бесшовного обучения исследовательской деятельности: эффективные стратегии для повышения результатов обучения концептуальной математике студентов в цифровую эпоху. *Образование и наука*, 2025, № 27 (5), с. 68–90. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2025-5-68-90> EDN: HVQLCC

Juniantari M., Degeng I. N. S., Ulfa S., Nakaya A. Mobile seamless inquiry media: effective strategies for enhancing students' conceptual mathematics learning outcomes in the digital era. *The Education and Science Journal*, 2025, no. 27 (5), pp. 68–90. (In Russ.) <https://doi.org/10.1783/1994-5639-2025-5-68-90> EDN: HVQLCC

Зарипова З. Ф. PLARIO как цифровой инструмент повышения уровня математической подготовки студентов-бакалавров первого курса. *Казанский педагогический журнал*, 2023, № 3 (158), с. 131–139. <https://doi.org/10.51379/KPJ.2023.160.3.017> EDN: ZDVOKN

Zaripova Z. F. PLARIO as a digital tool for enhancing the level of mathematical training of first-year students. *Kazan Pedagogical Journal*, 2023, no. 3 (158), pp. 131–139. (In Russ.) <https://doi.org/10.51379/KPJ.2023.160.3.017> EDN: ZDVOKN

Коес Хандаянто С., Фаваиз С., Тауфик А. Использование электронного скаффолдинга для развития научного мышления студентов через обучение на основе запросов. *Образование и наука*, 2024, т. 26, № 3, с. 69–90. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-3082> EDN: HYSUQL

Koes Handayanto S., Fawaiz S., Taufiq A. Using e-scaffolding to develop students' scientific reasoning through inquiry-based learning. *The Education and Science Journal*, 2024, no. 26 (3), pp. 69–90. (In Russ.) <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-3082> EDN: HYSUQL

Кошкина Е. А., Бордовская Н. В., Гнедых Д. С., Хромова М. А., Демьянчук Р. В., Исхакова М. П., Балышев П. А. Генеративный искусственный интеллект в высшем образовании: обзор теоретических подходов и практик применения. *Высшее образование в России*, 2025, т. 34, № 6, с. 36–57. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-6-36-57> EDN: AXWAWH

Koshkina E. A., Bordovskaya N. V., Gnedykh D. S., Khromova M. A., Demyanchuk R. V., Iskhakova M. P., Balyshv P. A. Generative artificial intelligence in higher education: A Review of theoretical approaches and application practices. *Higher Education in Russia*, 2025, vol. 34, no. 6, pp. 36–57. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-6-36-57> EDN: AXWAWH

Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах. *Образование и наука*, 2024, № 26 (7), с. 12–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-12-43> EDN: LFGAHT

Perminov E. A., Testov V. A. Mathematisation of specialised disciplines as the basis for fundamentalising IT training in universities. *The Education and Science Journal*, 2024, no. 26 (7), pp. 12–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2024-7-12-43> EDN: LFGAHT

Семенов А. Л., Абылкасымова А. Е. «Каждый человек может овладеть правильным использованием математических методов»: актуальность идей Л. Д. Кудрявцева для современ-

ного математического образования. *Высшее образование в России*, 2024, т. 33, № 4, с. 84–100. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2024-33-4-84-100> EDN: JCWTIH

Semenov A. L., Abylkassymova A. E. “Everyone can master the correct use of mathematical methods”: The Relevance of L. D. Kudryavtsev’s ideas for modern mathematics education. *Higher Education in Russia*, 2024, vol. 33, no. 4, pp. 84–100, (In Russ., abstract In Eng.). <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2024-33-4-84-100> EDN: JCWTIH

Семенов А. Л., Абылкасымова А. Е., Поликарпов С. А. Основания математического образования в цифровой век. *Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления*, 2023, т. 511, № 1, с. 3–12. <https://doi.org/10.31857/S2686954323700157> EDN: RQEWAB

Semenov A. L., Abylkasymova A. Ye., Polikarpov S. A. Foundations of mathematical education in the digital age. *Reports of the Russian Academy of Sciences. Mathematics, Informatics, Control Processes*, 2023, vol. 511, no. 1, pp. 3–12. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S2686954323700157> EDN: RQEWAB

Сидняев Н. И., Скляринский Л. С. О роли современного математического образования при реализации сложных задач в области химии. *Математическое образование*, 2024, № 3 (111), с. 46–52. EDN: PMDQKF

Sidnyaev N. I., Sklyarinskiy L. S. On the role of modern mathematics education when implementing complex problems in the field of chemistry. *Mathematical Education*, 2024, no. 3 (111), pp. 46–52. (In Russ.) EDN: PMDQKF

Сысоев П. В. Персонализированное обучение на основе технологий искусственного интеллекта: насколько готовы современные студенты к новым возможностям получения образования. *Высшее образование в России*, 2025, т. 34, № 2, с. 51–71. <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-2-51-71> EDN: WEAGVQ

Sysoyev P. V. Personalized learning based on artificial intelligence: How ready are modern students for new educational opportunities. *Higher Education in Russia*, 2025, vol. 34, no. 2, pp. 51–71. (In Russ., abstract in Eng.) <https://doi.org/10.31992/0869-3617-2025-34-2-51-71> EDN: WEAGVQ

Тестов В. А. Об экспериментальной составляющей математического образования в цифровую эпоху. *Пространство педагогических исследований*, 2025, т. 2, № 2 (6), с. 70–81. <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005> EDN: LRHRLG

Testov V. A. On experimental component of mathematics education in the digital age. *Education Research Environment*, 2025, vol. 2, no. 2 (6), pp. 70–81. (In Russ.) <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2025.13.52.005>; EDN: LRHRLG

Тестов В. А., Перминов Е. А. Трансдисциплинарная роль физико-математических дисциплин в современном естественно-научном и инженерном образовании. *Образование и наука*, 2023, т. 25, № 7, с. 14–43. <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2023-7-14-43> EDN: ZJHRWV

Testov V. A., Perminov E. A. Transdisciplinary role of physical and mathematical disciplines in modern natural science and engineering education. *The Education and Science Journal*, 2023, no. 25 (7), pp. 14–43. (In Russ.) <https://doi.org/10.17853/1994-5639-2023-7-14-43> EDN: ZJHRWV

Шабат Г. Б., Семенов А. Л. Компьютерный эксперимент в обучении математи-ке. *Доклады РАН. Математика, информатика, процессы управления*, 2023, т. 511, № 1, с. 111–137. <https://doi.org/10.31857/S2686954323700212> EDN: VRUGUQ

Shabat G. B., Semenov A. L. Computer experiment in teaching mathematics. *Reports of the Russian Academy of Sciences. Mathematics, Informatics, Control Processes*, 2023, vol. 511, no. 1, pp. 111–137. (In Russ.) <https://doi.org/10.31857/S2686954323700212> EDN: VRUGUQ

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

**Математический опросник восприятия
(Mathematics Perception Questionnaire, MPQ)**

Опросник состоит из ряда утверждений, распределенных по четырем шкалам. По каждому утверждению респонденту нужно выбрать один вариант ответа, наиболее точно отражающий его позицию (*полностью согласен, согласен, затрудняюсь ответить, не согласен, полностью не согласен*):

1. Изучение математики доставляет мне интеллектуальное удовольствие.
2. Я часто тревожусь перед контрольными работами и экзаменами по математике.
3. Успех в математике больше зависит от упорного труда, чем от врожденных способностей.
4. Я часто обращаюсь за помощью к одноклассникам или преподавателю, когда не понимаю материал.
5. Математика – это, в основном, набор формул и алгоритмов, которые нужно заучить.
6. Мнение родителей и семьи о важности математики повлияло на мое отношение к ней.
7. Когда я сталкиваюсь со сложной задачей, я испытываю азарт и желание ее решить.
8. Я считаю, что математические знания критически важны для моей будущей профессии.
9. Если я не понимаю тему с первого раза, я чувствую разочарование и желание бросить.
10. Математика – это язык, который описывает законы Вселенной, что делает ее красивой.
11. Поддержка и одобрение преподавателя важны для моей уверенности на занятиях.
12. Я самостоятельно ищу дополнительные материалы и задачи по математике.
13. Я чувствую себя не в своей тарелке, когда приходится работать с математическими графиками и диаграммами.
14. Логическое рассуждение и доказательство теорем – это то, что меня привлекает в математике.
15. Я часто откладываю выполнение домашних заданий и подготовку к занятиям по математике.
16. Успехи моих одноклассников в математике мотивируют меня работать усерднее.
17. Я испытываю удовлетворение, когда нахожу изящное решение сложной проблемы.
18. Большинство разделов высшей математики слишком абстрактны и не имеют практического применения.
19. Даже если я хорошо подготовился, я могу растеряться и допустить глупые ошибки на экзамене.
20. Мне нравится атмосфера на практических занятиях по математике, где мы совместно разбираем задачи.
21. Мне нравится находить несколько способов решения одной и той же задачи.
22. Я часто сомневаюсь в своих математических способностях, даже когда успешно справляюсь с заданиями.

23. Для меня важно не просто получить правильный ответ, а понять суть математического метода.
24. При подготовке к экзамену я в первую очередь стараюсь заучить ключевые алгоритмы, а не понять логику.
25. Работа в группе над математическими задачами помогает мне лучше понять материал.
26. Я часто мысленно возвращаюсь к нерешенной математической задаче, чтобы найти ответ.
27. Мысль о том, что я не справлюсь с математическим курсом, вызывает у меня панику.
28. Я считаю, что современные технологии (ПК, программы) делают глубокое знание математики необязательным.
29. Я стараюсь связать новые математические концепты с темами, которые я уже знаю.
30. Мне важно, чтобы преподаватель замечал и отмечал мой прогресс в изучении математики.

Таблица 1

Содержание компонентов

Шкала	Компонент	Основное содержание	Номера утверждений
А	Эмоциональный	Отражает преобладающий эмоциональный фон, связанный с математикой	1, 2, 7, 9, 13, 17, 19, 22, 27
Б	Когнитивный	Отражает глубину и зрелость убеждений о природе математики и способах ее изучения.	3, 5, 8, 10, 14, 18, 21, 23, 24, 28
В	Поведенческий	Отражает реальные стратегии обучения, уровень мотивации и настойчивости	4, 9, 12, 15, 20, 21, 25, 26, 29
Г	Социальный	Отражает степень и характер влияния образовательного окружения	6, 11, 16, 20, 25, 30

Расчет баллов по шкалам

Для всех четырех компонентов (шкал) используется единая шкала оценки, основанная на 5-балльной системе Лайкерта:

Прямая кодировка:

- Полностью согласен (ПС) = **5 баллов**
- Согласен (С) = **4 балла**
- Затрудняюсь ответить (Н/З) = **3 балла**
- Не согласен (НС) = **2 балла**
- Полностью не согласен (ПНС) = **1 балл**

Обратная кодировка (для негативных утверждений):

- Полностью согласен (ПС) = **1 балл**
- Согласен (С) = **2 балла**

- Затрудняюсь ответить (Н/З) = **3 балла**
- Не согласен (НС) = **4 балла**
- Полностью не согласен (ПНС) = **5 баллов**

Обратная кодировка применяется к следующим утверждениям: 2, 5, 9, 13, 15, 18, 19, 22, 24, 27, 28.

Таблица 2

Интерпретации средних баллов по шкалам (эмоциональный компонент)

Диапазон среднего балла	Уровень выраженности	Наименование	Профиль	Педагогический вывод
1	2	3	4	5
4.5–5.0	Очень высокий	Эмоциональ- ная синергия	Математика – источник интеллектуального наслаждения и личных побед. Студент испытывает «состояние потока» при решении задач. Тревога минимальна и не деструктивна. Устойчивость к неудачам максимальна	Предоставить возможность для самостоятельных исследований, участия в олимпиадах, наставничества над другими
3.5–4.4	Выше среднего	Позитивная вовлечен- ность	Преобладают положительные эмоции (интерес, удовлетворение). Стрессовые ситуации (экзамены) вызывают волнение, но не панику. В целом эмоции являются союзником в обучении, хотя могут быть ситуативные сомнения	Поддерживать этот настрой, предлагая разнообразные и интересные задачи. Помогать структурировать подготовку к экзаменам для снижения остаточной тревоги
2.5–3.4	Средний	Эмоциональ- ный разброд	«Качели»: интерес к одной теме и полное отторжение другой. Успех вызывает радость, но первая же трудность – разочарование. Ярко выражен «синдром самозванца». Эмоции непредсказуемы и ситуативны	Ключевая задача – выравнивание фона. Акцент на рефлексии («что именно тебе нравится / не нравится?»). Техники осознанности для управления тревогой

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5
1.5–2.4	Ниже среднего	Хроническая фрустрация (невозможность удовлетворить свои потребности или достичь цели из-за внешних или внутренних препятствий)	Математика прочно связана с негативным эмоциональным зарядом: досадой, скукой, чувством неспособности. Попытки заниматься сопровождаются внутренним сопротивлением и дискомфортом. Тревога часта и изматывает	Требуется «перезагрузка» опыта. Начать с прикладных, визуальных, игровых заданий, непохожих на традиционный курс. Создавать «ситуации гарантированного успеха»
1.0–1.4	Очень низкий	Эмоциональная блокада	Выученная беспомощность в математике. Преобладают чувства страха, унижения, паники. Возможны психосоматические реакции (например, на контрольной). Эмоции полностью блокируют когнитивные функции	Необходима индивидуальная психолого-педагогическая поддержка, возможно, консультация психолога. Учебный процесс должен быть максимально щадящим, с акцентом на преодоление страха, а не на освоение сложного материала

Таблица 3

Интерпретации средних баллов по шкалам (когнитивный компонент)

Диапазон среднего балла	Уровень выраженности	Наименование	Профиль	Педагогический вывод
1	2	3	4	5
4.5–5.0	Очень высокий	Философское / творческое восприятие	Студент видит в математике систему мышления, язык мироздания. Ценит эстетику доказательств, наслаждается процессом поиска решений. Имеет устойчивую установку на рост	Вовлекать в дискуссии о природе математики, истории идей. Давать задания на исследование и открытие закономерностей

Продолжение таблицы 3

1	2	3	4	5
3.5–4.4	Выше среднего	Зрелое прагматичное восприятие	Понимает и принимает логическую и прикладную ценность математики. Верит в роль труда, стремится к пониманию. Может не видеть в ней «высокой красоты», но уважает как мощный инструмент	Укреплять связь с профессиональными дисциплинами. Показывать, как абстрактные концепции работают в реальных инженерных, экономических, Data Science моделях
2.5–3.4	Средний	Фрагментарные убеждения	«Лоскутное одеяло»: одни темы кажутся полезными, другие – бессмысленной абстракцией. Может декларировать важность труда, но на практике надеяться на способности. Понимание поверхностно, главное – сдать	Помочь выстроить целостную картину. Объяснять, как разные разделы связаны между собой и с реальным миром. Бороться с мифом о «врожденной гениальности»
1.5–2.4	Ниже среднего	Догматический взгляд	Математика – это скучный свод непонятных правил, которые надо тупо зазубрить. Успех – удел избранных. Абстракция бессмысленна. Установка на данность преобладает	Радикальная смена подачи материала. Акцент на интуицию, визуализацию, исторические факты, математические парадоксы. Показать, что математика создавалась живыми людьми, а «не спустилась с небес»
1.0–1.4	Очень низкий	Отвержение и негативизм	Активное отрицание ценности и смысла математики как дисциплины. Рассматривает ее как бессмысленную игру символов, навязанную системой образования. Глубоко убежден в своей «нематематичности»	Задача – не научить высшей математике, а снять барьер отторжения. Найти точку входа через его личные интересы (музыка, спорт, игры, программирование). Показать математику «с человеческим лицом»

Таблица 4

Интерпретации средних баллов по шкалам (поведенческий компонент)

Диапазон среднего балла	Уровень выраженности	Наименование	Профиль	Педагогический вывод
1	2	3	4	5
4.5–5.0	Очень высокий	Стратегическая автономность	Мастер саморегуляции. Самостоятельно ставит учебные цели, ищет и фильтрует ресурсы, эффективно планирует время. Прокрастинация отсутствует. Видит в групповой работе инструмент, а не обязанность	Предоставить академическую свободу. Давать проектные, творческие задания. Можно привлекать к помощи в организации учебного процесса
3.5–4.4	Выше среднего	Стабильная эффективность	Ответственный и добросовестный исполнитель. Систематически выполняет план, умеет обратиться за помощью. Может иногда откладывать дела, но успешно наверстывает. Работает как индивидуально, так и в группе	Поддерживать стабильность. Помогать ставить более сложные долгосрочные цели. Поощрять инициативу в выборе тем для углубленного изучения
2.5–3.4	Средний	Ситуативная активность	«Рывками». Активность зависит от дедлайна, настроения, простоты темы. Периоды продуктивной работы чередуются с прокрастинацией. Стратегии хаотичны, помощи то просит, то стесняется	Помощь в структурировании: научить планировать, дробить задачи. Внешние промежуточные контрольные точки
1.5–2.4	Ниже среднего	Избегающее поведение	Хронический «откладыватель». Постоянно находит оправдания, чтобы не заниматься. При трудностях сразу сдается. Помощь не ищет из-за стыда или апатии. Групповую работу саботирует или «висит балластом»	Жесткое внешнее структурирование: обязательные отчеты о прогрессе, фиксированные консультации, микрозадания. Основная цель – выработать элементарную учебную дисциплину

Продолжение табл 4

1	2	3	4	5
1.0–1.4	Очень низкий	Дезадаптация и отказ	Полный отказ от учебного поведения. Систематические прогулы, нулевая самостоятельная работа, невыполнение обязательств в группе. Может быть следствием глубокой депрессии или полной потери мотивации.	Сигнал для вмешательства куратора, психологической службы. Нужно выяснить причины (личные проблемы, неверный выбор специальности). Учебные вопросы отходят на второй план

Таблица 5

Интерпретации средних баллов по шкалам (социальный компонент)

Диапазон среднего балла	Уровень выраженности	Наименование	Профиль	Педагогический вывод
1	2	3	4	5
4.5–5.0	Очень высокий	Синергия с окружением	Ощущает себя полноценной частью учебного сообщества. Преподаватель – наставник, однокурсники – команда. Успешно дает и получает поддержку. Социальная среда – мощный источник энергии и мотивации	Использовать как «социальный капитал» группы. Поручать организацию групповой работы, peer-to-peer (равный-равному) обучения
3.5–4.4	Выше среднего	Позитивная интегрированность	Ценит и использует поддержку преподавателя, комфортно чувствует себя в группе. Окружение воспринимается как полезный ресурс, но не является единственным источником мотивации	Поддерживать комфортный климат в группе. Поощрять его к более активной роли в командной работе

Продолжение таблицы 5

1	2	3	4	5
2.5–3.4	Средний	Нейтралитет или избирательность	«Одиноким волком» или избирательный участник. Социальный контекст не играет большой роли («мне все равно, что думают другие») или важен только один аспект (только мнение уважаемого преподавателя)	Уважать стиль студента, но мягко вовлекать в коллаборативные активности, показывая их прагматическую пользу для него лично
1.5–2.4	Ниже среднего	Социальная изоляция	Чувствует себя изолированным или «белой вороной» в учебном процессе. Не чувствует поддержки, возможно, стесняется своих вопросов. Групповая работа вызывает дискомфорт	Индивидуальный подход и контакт. Создавать безопасные условия для общения тет-а-тет с преподавателем. Помогать найти «свою» малую группу для работы
1.0–1.4	Очень низкий	Конфликт или отчуждение	Ощущает враждебность или давление со стороны окружения (например, насмешки более успешных однокурсников, конфликт с преподавателем). Или испытывает глубокое отчуждение от всей образовательной среды	Требуется вмешательство для налаживания коммуникации. Возможно, перевод в другую группу или изменение формата взаимодействия

**Исследовательское занятие по математическому анализу для студентов 1 курса
направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**

Тема: Предел числовой последовательности.

Продолжительность: 1 час 30 минут (90 минут).

Тип занятия: Исследовательский практикум для повторения / закрепления изученного студентами понятия предела числовой последовательности (ролевая игра «Я – эксперт, ИИ – ассистент»).

Цель занятия: Достижение студентами понимания использования слов «неограниченно возрастает» и «стремится к числу или бесконечности» в математических рассуждениях и вычислениях; умения формулировать значения данных выражений на языке чисел; осмысления геометрического толкования предела последовательности.

Планируемые результаты:

Студент самостоятельно предлагает пути решения задачи или последовательность действий для проверки сформулированной им гипотезы; демонстрирует ответственное отношение к решению задач в роли «эксперта», понимая значимость своих выводов для проверки работы «ассистента»; осуществляет самоконтроль и коррекцию своих действий на основе анализа решений, предложенных «ассистентом». В результате занятия студенты осознают необходимость строгого определения предела как основы математического анализа; научатся переводить интуитивно понятные характеристики поведения последовательности («стремится к числу», «неограниченно возрастает») в строгие определения на языке « ε – N » и « M – N » и выявлять логические ошибки, возникающие при подмене строгого определения наглядными образами; преодолеют разрыв между геометрической интуицией и формальной записью предела; применят полученные навыки для критического анализа готовых решений и формулировок.

Используемые ИИ-инструменты: Генеративная языковая модель – GigaChat.

Оборудование: Компьютерный класс / ноутбуки студентов с доступом в интернет.

Структура занятия

Этап 1: Вход в исследование (10–12 минут)

Деятельность преподавателя (1): формулирует проблемную ситуацию, задает исследовательский вопрос, опрашивает студентов.

1. *Проблемная ситуация:* Строгое математическое определение предела довольно громоздко и трудно для восприятия. При этом «на языке предела» формулируются такие основополагающие понятия математики, как производная и интеграл. Фразы «неограниченно возрастает» и «стремится к числу или бесконечности» понятны каждому студенту, когда речь идет о наглядных свойствах графика, и совсем не понятны, когда говорится о числовой последовательности.

2. *Исследовательский вопрос:* Какое точное математическое содержание вкладывается в слова «последовательность $\{x_n\}$ неограниченно возрастает» и «последовательность $\{x_n\}$ стремится к числу a », если отвлечься от картинки и оставить только числа и неравенства? Какую именно логическую или содержательную ошибку чаще всего можно совершить при применении наглядного геометрического представления о пределе к строгому анализу свойств числовых последовательностей. По каким

критериям можно эту ошибку обнаружить? Почему свойства последовательности (ограниченность, монотонность) могут противоречить ее геометрическому образу? Достаточно ли просто увидеть, что члены последовательности становятся близки к некоторому числу (геометрическая интуиция), чтобы верно определить предел, или необходим более надежный алгоритм, учитывающий поведение всех членов последовательности, включая «выбросы»?

3. *Опрос студентов для выявления начальных знаний:*

- 1) Дать определение числовой последовательности.
- 2) Дать определение предела числовой последовательности.
- 3) Дать определение ε – окрестности точки a .
- 4) Дать определение ограниченной последовательности.
- 5) Дать определение монотонной последовательности.
- 6) Дать определение сходящейся последовательности.
- 7) Перечислить свойства сходящихся последовательностей.

Деятельность студентов:

1. Обсуждают проблемную ситуацию, задают уточняющие вопросы. Фиксируют проблему и исследовательский вопрос.
2. Участвуют в опросе.

Деятельность преподавателя (2):

Преподаватель разбивает студентов на небольшие группы и предлагает им не просто решить задачи из учебника, а провести небольшое математическое исследование с поддержкой ИИ, чтобы более осознанно понять суть определения предела числовой последовательности.

Задача 1 (На понимание определения предела)

1. Студента попросили объяснить своими словами, что означают фразы «последовательность стремится к числу a » и «последовательность неограниченно возрастает». Вот что он ответил: «Последовательность $\{x_n\}$ стремится к числу a – это значит, что мы можем подойти к числу a с любой стороны, и члены последовательности будут становиться все ближе и ближе к нему, когда n растет. Последовательность $\{x_n\}$ неограниченно возрастает – это значит, что она становится больше любого наперед заданного числа, то есть, у нее нет верхней границы. Ее предел равен бесконечности». Согласны ли вы с ответами студента? Что в них верно, а что упущено или сформулировано нестрого?

2. Дана последовательность $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$. Постройте на числовой прямой ε -окрестность для точки $a = 0$ радиусом $\varepsilon = 0,2$. Найдите номер $N(\varepsilon)$, начиная с которого все члены последовательности попадают в нее.

3. В определении предела существенен порядок выбора ε и N ? Что сначала выбираем: ε , а потом находим N , или наоборот?

Задача 2 (На геометрическое толкование определения предела)

Определение предела на языке $\varepsilon - N$ имеет наглядный геометрический смысл. Задача – визуализировать это определение и исследовать его границы.

1. Дана последовательность $y_n = 2 + \frac{1}{\sqrt{n}}$ и точка $a = 2$. На координатной плоскости (ось n – горизонтальная, ось y – вертикальная) схематично изобразите первые 10 членов последовательности. Проведите горизонтальные линии $y = a - \varepsilon$ и $y = a + \varepsilon$ для $\varepsilon = 0,5$. Отметьте на оси n номер N , начиная с которого все точки (n, y_n) лежат в горизонтальной полосе между этими линиями. Объясните, почему номер N может быть не единственным. Может ли существовать

такое $\varepsilon > 0$, что для него нельзя подобрать номер N , за которым все точки последовательности попадут в полосу? Если да, приведите пример последовательности и такого ε . Как это связано с наличием или отсутствием предела?

2. Что геометрически означает утверждение: «Число a не является пределом последовательности x_n »? Запишите это отрицание (используя кванторы) и переведите его на геометрический язык, оперируя понятиями «полоса», «бесконечно много членов последовательности вне полосы».

3. Верно ли, что последовательность $x_n = \frac{10n}{n^2 + 1}$ почти вся лежит в отрезке $[-0,001; 0,001]$.

Задача 3 (На исследование свойств последовательностей)

Не всегда достаточно просто вычислить предел. Важно понимать поведение последовательности: монотонна ли она, ограничена ли, какие у нее частичные пределы.

1. Даны две последовательности: $a_n = \frac{n^2 + 1}{n}$ и $b_n = (-1)^n \frac{n}{n+1}$.

Ответьте на вопросы:

А. Являются ли последовательности ограниченными сверху? Снизу? Обоснуйте.

Б. Являются ли последовательности монотонными (возрастающими или убывающими)?

В. Существует ли предел (конечный или бесконечный) у каждой последовательности?

Если да, найдите его. Если нет, то почему?

2. Придумайте последовательность, которая: а) является неограниченной сверху, но сходится; б) является ограниченной, но не имеет предела. Подтвердите примерами.

Использование ИИ:

Не используется на данном этапе.

Этап 2: Выдвижение гипотез, предложение решений и планирование (18 минут)

Деятельность преподавателя:

1. Организует мозговой штурм, предлагая студентам выдвинуть ряд своих версий решения задачи. Фиксирует гипотезы / решения студентов на доске (2–3 гипотезы / решения после обсуждения в парах / малых группах).

2. Помогает составить план исследований.

3. Консультирует студентов в составлении запроса к языковой модели (промт).

Деятельность студентов:

1. Предлагают свои варианты решения задачи, обсуждают выдвинутые гипотезы в парах / малых группах.

2. Составляют предварительный план исследований.

Использование ИИ:

1. Студенты обращаются к языковой модели с вопросом: «Какие существуют подходы к решению проблемы / задачи? Предложи возможные гипотезы».

Примеры промптов:

– «Какие существуют подходы к решению задачи [описание]?»

– «Предложи возможные причины явления [явление]».

– «Какие гипотезы можно выдвинуть для объяснения [факт]?»

2. Сравнивают предложенные ИИ гипотезы со своими. Отбирают наиболее перспективные для проверки (при этом обязательно должно быть зафиксировано, какие гипотезы взяты у ИИ, а какие предложены студентами самостоятельно).

Этап 3: Эксперимент и проверка гипотез / решений (30 минут)

Деятельность преподавателя:

1. Выступает в роли консультанта: отвечает на вопросы, помогает интерпретировать промежуточные результаты, фиксирует типичные затруднения, при необходимости дает микро-подсказки.
2. Консультирует студентов в составлении промта.

Деятельность студентов:

1. Выполняют необходимые вычисления и сравнивают полученные результаты с гипотезами.
2. *При возникновении трудностей* обращаются к ИИ за разъяснениями. При этом порядок действий такой: 1) студент пробует решить сам; 2) если не получается, то формулирует конкретный вопрос к ИИ; 3) получив ответ, проверяет его на разумность и только потом использует.

Использование ИИ:

Студенты используют языковую модель в следующих режимах: 1) проверка вычислений; 2) объяснение непонятных моментов; 3) генерация дополнительных примеров; 4) помощь в интерпретации.

Примеры промптов:

- «Проверь решение: [решение]. Правильно ли?»
- «Объясни, почему при [действие] получился [результат]».
- «Сгенерируй примеры для доказательства утверждения [утверждение]».
- «Я застрял на шаге [шаг]. Что делать дальше?»

Этап 4: Анализ и интерпретация результатов (15 минут)

Деятельность преподавателя:

1. Организует обсуждение промежуточных итогов.
2. Помогает сформулировать корректные выводы, задавая наводящие вопросы: «Подтвердилась ли ваша гипотеза? Все ли данные согласуются? Нет ли противоречий?»

Деятельность студентов:

1. Анализируют полученные результаты и сравнивают их с первоначальными гипотезами.
2. Формулируют предварительные выводы.
3. Готовят краткое устное сообщение о результатах.

Использование ИИ:

Студенты обращаются к языковой модели для: 1) критического анализа выводов; 2) формулировки строгих заключений; 3) поиска альтернативных объяснений.

Примеры промптов:

- «Правильно ли я понимаю, что из [результаты] следует [вывод]?»
- «Не противоречит ли вывод [вывод] теореме [теорема]?»
- «Можно ли интерпретировать результаты иначе?»
- «Сформулируй строгий математический вывод на основе [данные]».

Этап 5: Общие выводы по занятию и рефлексия (10–12 минут)**Деятельность преподавателя:**

1. Организует мини-конференцию по результатам занятия.
2. Задает вопросы от «оппонента».
3. Проводит итоговую рефлексия в виде блиц-опроса: что узнали нового, что было трудно, как помогал ИИ?

Деятельность студентов:

1. Группы по очереди представляют свои выводы по результатам решения задач.
2. Отвечают на вопросы других групп. Участвуют в обсуждении.
3. Участвуют в блиц-опросе.

Использование ИИ:

Студенты обращаются языковой модели для: 1) подготовки выступления; 2) улучшения формулировок; 3) генерации вопросов для обсуждения.

Примеры промптов:

- «Составь структуру выступления на 2 минуты по теме [тема]».
- «Как лучше сформулировать мысль [мысль] для устного выступления по результатам решения задач?».
- «Предложи 3 вопроса для обсуждения по теме [тема]».

Этап 6: Домашнее задание (2–3 минуты в конце занятия)**Деятельность преподавателя:**

1. Формулирует дифференцированное задание с учетом уровня подготовки студентов.

Задача 1. Студента попросили проиллюстрировать понятие предела геометрически. Он нарисовал график последовательности $x_n = 1/n$ и прокомментировал его: «На графике видно, что точки $(n, 1/n)$ с ростом n прижимаются к оси OX . Геометрический смысл предела $a = 0$ в том, что для любого положительного числа ε можно провести горизонтальную полосу от $-\varepsilon$ до ε . Все точки графика, начиная с какой-то, попадут в эту полосу». Верно ли рассуждает студент? Какие нюансы он упустил?

Задача* 2. Докажите следующие утверждения, используя определение предела на языке $\varepsilon - N$: 1) единственность предела: сходящаяся последовательность имеет только один предел; 2) ограниченность сходящейся последовательности: если последовательность сходится, то она ограничена.

Задача 3.** Докажите, что теорема Больцано-Вейерштрасса не выполняется, если рассматривать только рациональные числа.

2. В качестве отдельного пункта домашнего задания фиксирует необходимость написания краткого отчета об использовании ИИ: какие запросы вы задавали ИИ, все ли ответы ИИ были верны, пришлось ли вам с ним спорить?

Деятельность студентов:

Фиксируют домашнее задание, при необходимости уточняют детали.

Использование ИИ:

Студенты могут использовать языковую модель при выполнении домашнего задания, но с обязательным требованием – приложить отчет о том, как именно использовался ИИ, какие запросы задавались, и как студент проверял полученные ответы. При этом порядок действий должен быть следующим: 1) студент пробует решить сам; 2) если не получается –

формулирует конкретный вопрос к ИИ; 3) получив ответ, проверяет его на разумность и только потом использует.

Сведения об авторах

Александр Анатольевич Банин – кандидат физико-математических наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0003-4242-1471>, aabanin1@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т. Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Aleksander A. Banin** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0003-4242-1471>, aabanin1@chsu.ru, Cherepovets State University (5, ul. Lunacharskogo, 162600 Cherepovets, Russia).

Ольга Альбертовна Кашинцева – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой математики и информатики ИИТ, <https://orcid.org/0000-0001-5185-1292>, oakashintceva@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (д. 5, пр-т. Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Olga A. Kashintseva** – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Computer Science at the Institute of Information, <https://orcid.org/0000-0001-5185-1292>, oakashintceva@chsu.ru, Cherepovets State University (5, ul. Lunacharskogo, 162600 Cherepovets, Russia).

Заявленный вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

Статья поступила в редакцию 26.03.2026; одобрена после рецензирования 18.05.2026; принята к публикации 01.06.2026.

The article was submitted – 26.03.2026; approved after reviewing – 18.05.2026; accepted for publication – 01.06.2026.