

Пространство педагогических исследований. 2024. Т. 1, № 4 (4). С. 34–52.
Education Research Environment, 2024, vol. 1, no. 4 (4), pp. 34–52.

Научная статья

УДК 372.851

<https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.93.56.003>

О методике обучения дисциплине «Элементы теории формальных языков» будущих инженеров

Евгений Александрович Перминов

Уральский технический институт связи и информатики,
Екатеринбург, Россия
perminov_ea@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8807-2476>

Evgeniy A. Perminov

Ural Technical Institute of Communications and Informatics,
Ekaterinburg, Russia
perminov_ea@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-8807-2476>



Аннотация. В цифровую эпоху в процессе автоматизации, роботизации различных отраслей производства и внедрения в него искусственного интеллекта используется уже трудно обозримое множество языков программирования. В результате в подготовке будущих инженеров все большее значение приобретает теория формальных языков, лежащая в основе разработки языков программирования. Незнание теории формальных языков стало причиной многих ошибок в разработке и использовании языков программирования в высокотехнологичных отраслях производства. Поэтому необходимо внедрение в содержание подготовки будущих инженеров дисциплины «Элементы теории формальных языков» для овладения ими теорией и практикой языков программирования. Установлено, что в методической литературе не разработаны эффективные методы обучения будущих инженеров формальным языкам.

Цель статьи заключается в исследовании важных математических и методических аспектов обучения теории формальных языков будущих инженеров.

Ведущую роль в исследовании играли методология дискретной математики и абстрактной алгебры, культурологический подход и методика преемственности в обучения между школой и вузом в содержании подготовки будущих инженеров.

Результаты исследования. Охарактеризована культурологическая роль дискретной математики в современной теории формальных языков. На основе анализа избранных трудов В. М. Глушкова, Д. Кнута и других ученых исследована фундаментальная роль формальных языков абстрактной алгебры в обучении теории формальных языков.

© Перминов Е. А., 2024

© Perminov E. A., 2024

Охарактеризованы алгебраические аспекты методики обучения теории формальных языков и грамматик и роль в этой методике классических понятий абстрактной алгебры и их свойств. На основе этого изложены элементы методики преемственности в обучении элементам теории формальных языков будущих инженеров. В этих элементах важную роль играют различные трактовки понятия «язык» и примеры языков из математики и информатики. Раскрыта важная роль грамматик формальных языков в дальнейшем обучении этой теории. Результаты статьи имеют важное теоретическое и практическое значение в дальнейшем исследовании проблем методологии обучения будущих инженеров элементам теории формальных языков. Они представляют интерес для преподавателей, ведущих профессиональную подготовку студентов инженерных направлений в сфере автоматизации, роботизации отраслей производства и внедрения в него Искусственного интеллекта.

Ключевые слова: автоматизация и роботизация производства, формальные языки, методика обучения, роль абстрактной алгебры

Для цитирования: Перминов Е. А. О методике обучения дисциплине «Элементы теории формальных языков» будущих инженеров // Пространство педагогических исследований. 2024. Т. 1, № 4 (4). С. 34–52. <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.93.56.003>

On the methodology for teaching the discipline "Elements of the Theory of Formal Languages" to engineering students

Abstract. In the digital era, in the process of automation, robotization of various industries and the introduction of Artificial Intelligence into it, numerous programming languages are widely applied. As a result, the theory of formal languages that underlies the development of programming languages is becoming increasingly important in the training of engineering students. The nescience of formal languages theory has caused many mistakes in the development and use of programming languages in high-tech industries. Therefore, it is necessary to introduce the discipline "Elements of the Theory of Formal Languages" into the content of the training of future engineers in order to master the theory and practice of programming languages. At the same time, it was established that the methodological literature hasn't developed effective methods for teaching future engineers to formal languages.

The purpose of the article is to investigate important mathematical and methodological aspects of teaching the theory of formal languages to engineering students.

The leading role in the study was played by the methodology of discrete math and abstract algebra. Also, the cultural approach and the methodology of pre-graduation in training between school and university in the content of training future engineers.

Findings. The cultural role of discrete mathematics in the modern theory of formal languages is determined in the article. Based on the analysis of selected works of V.M. Glushkov, D. Knut, and other scientists, the article investigates the fundamental role of formal languages of abstract algebra in teaching the theory of formal languages. Algebraic aspects of teaching methodology of the theory of formal languages and grammars, and the role in this methodology of classical concepts of abstract algebra and their properties have also become the subjects of the study. Basing on this, the elements of the methodology of continuity in teaching the elements of the theory of formal languages of future engineers are set out in the article. Various interpretations of the concept of "language" and examples of languages from mathematics, and computer science play an important

role in these elements. The research also states the important role of grammars of formal languages in the further training of this theory.

The findings of the research have important theoretical and practical significance in the further study of the issues of the methodology for teaching future engineers to the elements of the theory of formal languages. They are of interest to teachers conducting the professional training of engineering students in the field of automation, robotization of production industries, and the introduction of Artificial Intelligence into it.

Keywords: automation and robotization of production, formal languages, teaching methodology, role of abstract algebra

For citation: *Perminov E. A. On the methodology for teaching the discipline "Elements of the Theory of Formal Languages" to engineering students. Education Research Environment, 2024, vol. 1, no. 4 (4), pp. 34–52. (In Russian). <https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.93.56.003>*

Введение

Как обосновано в статье¹, в исследованиях технических наук стал широко использоваться эффект (синергия) взаимодействия дискретного и непрерывного начал моделирования и алгоритмизации с использованием уникальных возможностей современного компьютера. При этом «как уникальный результат синергии формальных языков моделирования и алгоритмизации сформировалась теория формальных языков, ставшая основой разработки языков программирования»².

В цифровую эпоху на основе теории формальных языков (ФЯ) разработано уже более восьми тысяч языков программирования, из которых официально зарегистрировано около 700. К сожалению, как подчеркивает видный ученый в области разработки языков программирования Р. Гласс, «рекламный звон вокруг инструментов и методов – это чума индустрии программного обеспечения»³. Многие из более двух десятков его книг посвящены тому, как корректно внедрить в индустрию программного обеспечения. При этом важно знать, что сложность программного обеспечения компьютера превосходит более чем на порядок его аппаратную сложность.

Работа компьютера основана на алгоритмах, написанных на том или ином математическом языке. При этом формальные языки и их грамматики играют фундаментальную роль в корректной реализации алгоритма на том или ином языке программирования, что имеет фундаментальное значение в корректной

¹ Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации IT- подготовки в вузах // Образование и наука. 2024. № 7(26). С. 12–43.

² Там же. С. 28.

³ Гласс Р. Факты и заблуждения профессионального программирования. Санкт-Петербург: Символ-Плюс, 2007. С. 23.

автоматизации, роботизации современного производства и внедрения в него искусственного интеллекта. Причем это особенно важно в предотвращении серьезных аварий в высокотехнологичных отраслях производства и космосе.

Важно подчеркнуть, что языки программирования – это тоже формальные языки как знаковые системы для планирования поведения компьютера. Знание синтаксиса и семантики формального языка обеспечивает понимание общих идей построения и применения любого языка программирования, что важно в легком и глубоком освоении этого языка будущим инженером. Незнание теории ФЯ стало причиной многих ошибок в разработке и использовании языка программирования в высокотехнологичных отраслях производства.

Теория формальных языков составляет фундамент тех методов, которые получили широкое практическое применение в области разработки и реализации языков программирования. Поэтому значение формальных языков в подготовке будущих инженеров заключается в том, что, изучив семантику, синтаксис формальных конструкций одного языка, инженер сможет быстрее переключаться с одного языка программирования на другой, научиться владеть несколькими важными языками программирования в своей профессиональной области. Это, в свою очередь, очень важно для более качественно решения поставленных перед ним задач автоматизации и роботизации производства и внедрения в него искусственного интеллекта. Будущий инженер, изучивший теорию ФЯ, будет обладать большим преимуществом по сравнению с другими инженерами, которые данную дисциплину не изучали.

Как показывает анализ нормативной и учебной литературы подготовки будущих инженеров, теория формальных языков как дисциплина не внедрена в содержание их подготовки (кроме инженеров-программистов). Отдельные разрозненные фрагменты этой теории можно обнаружить лишь в содержании курсов дискретной математики и некоторых специальных дисциплин их подготовки. Ситуацию усугубляет и то, что в обучении математике «традиционные математические курсы для не математиков, (в том числе инженеров – прим. автора)... сфокусированы почти исключительно на механической наработке рудиментарных вычислительных навыков, без какого-либо серьезного понимания подлинной структуры предмета, его приложений, его текущего состояния или более широкого контекста»¹.

Теории полугрупп, групп, колец и другие классические области абстрактной алгебры, известной также под названиями современной и общей, имеют фундаментальное значение в исследованиях технических наук с

¹ Вавилов Н. А., Халин В. Г., Юрков А. В. Небеса падают // Математика для нематематиков. Доклады Российской академии наук Математика Процессы управления. 2023. Т. 511. С. 150.

использованием теории ФЯ. Например, абстрактная алгебра имеет фундаментальное значение в разработке важных в технических науках *формальных языков* алгебраической (абстрактной) теории автоматов¹, теории управления², алгебраической теории синтеза сложных систем³, обработке данных в искусственном интеллекте⁴ и др. Как будет обосновано в методике обучения теории ФЯ, необходимо предусмотреть обучение классическим понятиям и методам абстрактной алгебры.

Благодаря системам компьютерной математики (СКМ) инженеры уже не решают вручную системы линейных уравнений, вычисляют интегралы или строят графики функции, кроме занятий в аудитории. Поэтому в подготовке будущих инженеров уже давно не используются рудиментарные вычислительные инструменты (логарифмическая линейка, таблицы значений тригонометрических функций и др.). Становится очевидным, что без большого количества инженеров, глубоко понимающих формальные языки математики, и в том числе теорию формальных языков, уже невозможно просто сохранять (не говоря уже о том, чтобы развивать) многие из современных высоких производственных технологий. В том числе – без учета фундаментальной роли теории формальных языков как основы разработки и корректного использования СКМ, лежащих в основе формирования у будущих инженеров важных вычислительных умений и навыков.

Значение теории формальных языков фундаментально в разработке компьютерных технологий функционирования высокотехнологичных отраслей производства. В частности, ее фундаментальные результаты лежат в основе корректного использования программного обеспечения их функционирования на основе работы всех блоков компилятора как компьютерной программы, производящей перевод текста, написанного на исходном языке в эквивалентный текст на другом языке.

Важно подчеркнуть, что теория ФЯ как основа программного обеспечения современных суперкомпьютеров уже радикально повлияла на все приложения математики и информатики в технических науках. В результате исследований

¹ Глушков В. М. Абстрактная теория автоматов // Успехи математических наук. 1961. Вып. 5 (101). 62 с.

² Шайкин М. Е. Некоторые вопросы применения алгебраических методов в задачах анализа стохастических систем // Автоматика и телемеханика. 1998. Вып. 11. С. 184–194.

³ Муха Ю. П., Авдеюк О. А., Королева И. Ю. Алгебраическая теория синтеза сложных систем. Волгоград: Политехник, 2003. 318 с.

⁴ Кулик Б. А., Зуенко А. А., Фридман А. Я. Алгебраический подход к интеллектуальной обработке данных и знаний. Санкт-Петербург: Издательство Политехнического университета, 2010. 235 с.

Д. Кнута¹, М. Брой², М. В. Швецкого³, Н. И. Рыжовой⁴ и других теория формальных языков была названа одной из важнейших составляющих оснований информатики.

Таким образом, является актуальной *проблема* исследования методологии обучения будущих инженеров элементам теории формальных языков.

Анализ этой проблемы показывает, что в учебной литературе отсутствуют специальные курсы обучения теории ФЯ для будущих инженеров. Некоторые разрозненные элементы этой теории можно обнаружить в курсах дискретной математики для будущих инженеров, поэтому и не предложены эффективные методы обучения формальным языкам.

По-видимому, будущим инженерам не стоит начинать свой путь в программировании (на этапе обучения в профильных классах школы) с изучения трудных для их восприятия абстрактных понятий и структур формальных языков. Тем не менее, важные вопросы педагогики обучения в школе элементам теории ФЯ на основе обучения языкам программирования отражены в широко известных учебниках по информатике Босовой Л. Л. и Босовой А. Ю., Гейна А. Г., Угринович Н. Д. и других авторов.

Таким образом, является актуальной *цель* статьи, заключающаяся в исследовании важных математических и методических аспектов обучения теории формальных языков будущих инженеров.

Ведущую роль в исследовании играли методология дискретной математики, абстрактной алгебры, культурологический подход и методика преемственности обучения между школой и вузом в содержании подготовки будущих инженеров.

Ограничения исследования связаны с проблемой обучения будущих инженеров грамматике формальных языков, которую целесообразно исследовать на основе углубленного обучения языкам программирования, теории автоматов и формальным системам искусственного интеллекта.

¹ Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 1: Основные алгоритмы. Москва: Мир, 1976. 736 с.; Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 2: Получисленные алгоритмы. Москва: Мир, 1977. 724 с.; Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Т. 3: Сортировка и поиск. Москва: Мир, 1978. 844 с.

² Брой М. Информатика. Основополагающее введение: в 4 ч. Ч. 1. Москва: Диалог-МИФИ, 1996. 299 с.

³ Швецкий М. В. Методическая система фундаментальной подготовки будущих учителей информатики в педагогическом вузе в условиях двухступенчатого образования: автореф. дис. ... д-ра пед. наук. Санкт-Петербург, 1994. 36 с.

⁴ Рыжова Н. И. Элементы теоретической информатики: Упражнения по математическим основаниям информатики: формальные языки. Часть I. Санкт-Петербург: РГПУ, 2000. 262 с.

Основная часть

I. О различных математических аспектах обучения теории формальных языков будущих инженеров

1. О культурологической роли дискретной математики (ДМ). Закономерно, что в математике и информатике существуют различные представления о теории формальных языков. В учебном пособии курс по теории ФЯ «составляет теоретическую основу для разработки языков программирования и конструирования компиляторов и является классическим элементом системы подготовки специалистов в области информатики»¹. Во многих учебных пособиях отражена роль формальных языков как основы теории автоматов, имеющей фундаментальное значение в автоматизации высокотехнологичных отраслей производства. В многочисленной учебной литературе теория формальных языков предстает как основой широкого внедрения систем компьютерной математики (СКМ) в исследования практически всех наук и даже искусства.

Независимо от различных представлений о теории формальных языков в обучении этой теории определяющую роль играет раздел прикладной дискретной математики «Математические основы информатики и программирования», основным содержанием которого являются формальные языки и грамматики, алгоритмические системы, языки программирования, структуры и алгоритмы обработки данных, теория вычислительной сложности (см. тематику журнала «Прикладная дискретная математика»).

В свое время выдающийся ученый в области информатики А. П. Ершов подчеркивал базовую роль дискретного анализа (в современной терминологии ДМ – Е. П.) в доведении системы «законов обработки информации до той же степени стройности и заразительности, какой сейчас обладает курс математического анализа, читаемый в лучших университетах»². Культурологическая роль ДМ в обучении теории формальных языков выявляется при проведенном в монографии³ анализе функций дискретной математики в разработке и совершенствовании систем компьютерной математики, компьютерных технологий. Разработка и совершенствование СКМ и КТ осуществляется на основе теории формальных языков. При этом доминирующим в современной теории формальных языков является алгебраический подход, основанный на алгебраических структурах ДМ. Кроме того, важную роль в разработке этой теории играют логические, алгоритмические и комбинаторные схемы ДМ (как методы по-

¹ Соколов В. А. Введение в теорию формальных языков. Ярославль: ЯрГУ, 2014. С. 2.

² Ершов А. П. Избранные труды. Новосибирск: Наука, 1994. С. 294.

³ Перминов Е. А. Методическая система обучения дискретной математике студентов педагогических направлений в аспекте интеграции образования. Екатеринбург: Издательство Рос. гос. проф.-пед. ун-та, 2019. 287 с.

знания) и теория графов (там же). В частности – комбинаторика слов формального языка¹. Поэтому закономерно, что вначале «теория формальных языков возникла на стыке математической логики, теории алгоритмов и алгебры². Это особенно важно учесть в содержании подготовки будущих инженеров, в своем роде *цифровых полиглотов*, умело использующих различные языки программирования.

Как отмечается в уже ранее процитированной работе³ использование термина «цифровой полиглот» оправданно по аналогии с термином «языковой полиглот», как знатока многих иностранных языков⁴. Подготовка таких инженеров, знатоков языков программирования осуществляется в рамках группы направлений «Инженерное дело, технологии и технические науки», в том числе в связи с внедрением в ее содержание формальных систем искусственного интеллекта.

На рубеже тысячелетий общекультурной основой формирования теории ФЯ стали компьютерные науки (Computer Science). Языки программирования и трансляторы к ним, кодирование информации, сжатие и восстановление данных – далеко не полный перечень направлений компьютерных наук, в исследованиях которых фундаментальную роль играет теория формальных языков.

2. О роли языка абстрактной алгебры. Анализ избранных трудов В. М. Глушкова⁵, выдающегося ученого в области кибернетики, информатики и абстрактной алгебры, показывает, что в теории ФЯ велика роль абстрактной алгебры. Важно отметить, что «доминирующим в современной теории формальных языков является алгебраический подход»⁶. Первоначально формальный язык определяется как «произвольное подмножество свободного моноида (являющегося полугруппой с единицей. – Е. П.)»⁷. В теории формальных языков основная операция *конкатенации*, т. е. приписывания к слову из букв другого такого слова, точно так же определяется и в теории полугрупп и называется *конкатенацией* элементов (слов) свободной полугруппы⁸.

¹ Шур А. М. Комбинаторика слов. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2004. 96 с.

² Саломаа А. Жемчужины теории формальных языков. Москва: Мир, 1986. С. 4.

³ Шур А. М. Комбинаторика слов. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2004. 96 с.

⁴ Там же. С. 32.

⁵ Глушков В. М. Кибернетика. Вычислительная техника. Информатика. Избранные труды: в 3 т. Киев: Наукова думка, 1990.

⁶ Белоусов А. И., Ткачев С. Б. Дискретная математика. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2001. С. 5.

⁷ Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. Москва: Мир, 1985. С. 5.

⁸ Там же. С. 23.

Как уже отмечалось во введении, формальные языки абстрактной алгебры играют фундаментальную роль в обучении теории ФЯ. Например, знание формального языка абстрактной теории групп как классической области абстрактной алгебры стало основой формального языка уникальной классификации конечных простых групп с использованием системы компьютерной алгебры GAP (описание которых занимает более 10 тысяч страниц).

К сожалению, существует ряд областей абстрактной алгебры, находящихся за гранью понимания широкого круга инженеров, что препятствует изучению ими теории формальных языков. Среди них – области теории групп и конечных полей, важные в кодировании информации и эксплуатации систем связи¹. Элементы теории групп и конечных полей используются в трех основных направлениях: кодирование с обнаружением ошибок, кодирование с исправлением ошибок, а также формирование псевдослучайных последовательностей.

Ряд важных понятий абстрактной алгебры могут быть использованы в пропедевтике изучения *грамматики формального языка*. При этом грамматика – это способ точного задания ФЯ.

Важно, что множество элементов той или иной абстрактной алгебры могут быть взяты для изучения понятия *нетерминального* алфавита формального языка. В свою очередь множество операций этой алгебры может быть взято для изучения терминального алфавита этого языка, состоящего из знаков операций определенных на алгебре, скобок и других специальных символов этой абстрактной алгебры. Далее, *правила подстановки* или *преобразования* выражений абстрактной алгебры задают основу для обучения правилам подстановки и вывода грамматики ФЯ. Наконец, аксиомы (тождества и другие условия), определяющие абстрактную алгебру, облегчают изучение начальных или стартовых символов (аксиом) грамматики ФЯ.

В методике обучения семантике формального языка фундаментальную роль играет формирование представлений будущих инженеров о различных содержательных интерпретациях той или иной абстрактной алгебры. Например, об интерпретации алгебры произвольных множеств на языке алгебры высказываний.

В методике обучения теории формальных языков важную роль играет предварительное изучение в школе формальных особенностей, точнее – формальных элементов языка школьной алгебры, раскрывая при этом формальные правила образования его выражений и используя тождества («правила»), лежащие

¹ Власов Е. Г. Конечные поля в телекоммуникационных приложениях. Теория и применение FEC, CRC и M-последовательностей. Москва: ИНФРА-М, 2016. 285 с.

в основе преобразований алгебраических выражений. Отметим, что в книгах¹, для профильного обучения математике в школе осуществлена пропедевтика обучения учащихся формальному языку полугрупп, групп, колец и полей.

II. Элементы методики преемственности в обучении элементам теории формальных языков.

Изложим некоторые элементы методики изложения содержания такого обучения.

1. О различных трактовках понятия «язык». Как уже отмечалось, накопленный опыт обучения теории формальных языков носит несколько несистематизированный характер и не предложены эффективные методы обучения этой теории.

В методике обучения будущих инженеров элементам теории ФЯ важную роль играют различные трактовки самого понятия языка. В толковых словарях русского языка можно найти несколько толкований (значений) слова «язык». Среди них будет и значение этого слова как средства общения, средства передачи информации. Именно в этом смысле мы будем рассматривать термин «язык».

Традиционная лингвистика как наука о языках предлагает рассматривать понятие языка по крайней мере с двух точек зрения. Во-первых, с точки зрения его *смыслового* содержания, т. е. того, что можно выразить средствами языка и что известно под названием *семантика языка*. Во-вторых, как совокупность законов, правил образования его *выражений* – слов, высказываний, текстов и средств, регулирующих их использование, что называется *синтаксисом языка*.

Примеры языков. В качестве *первого примера* возьмем язык алгебры высказываний, изучаемым на уроках информатики. Для записи выражений этого языка используется прописные буквы латинского алфавита. Выражением этого языка будет формула логики высказываний, образуемая по заранее определенным правилам их образования. Семантический (содержательный) смысл этого выражения определяется интерпретацией (функцией), однозначно придающей ему некоторое смысловое содержание.

Например, пусть дана формула $F \equiv A \wedge B \Rightarrow C$, являющаяся выражением языка высказываний. Придадим атомарным (простейшим) формулам этого языка следующие *смысловые* значения:

– A есть высказывание «натуральное число a делится нацело на 2»;

¹ Перминов Е. А. Дискретная математика. Учебное пособие для 8–9 классов средней общеобразовательной школы. Екатеринбург: ИРРО, 2004. 206 с.; Деменчук В. В. На пороге алгебры. Минск: Вышэйшая школа, 1987. 144 с.; Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. Москва: Мир, 1979. 260 с.

- B есть высказывание «натуральное число a делится нацело на 3»;
- C есть высказывание «натуральное число a делится нацело на 6».

Применив к этим высказываниям имеющиеся в формуле логические операции конъюнкции \wedge и импликации \Rightarrow , получим интерпретацию или содержание этой формулы. Иными словами, конкретное высказывание, являющееся значением всей формулы. А именно, получим высказывание «Если натуральное число a делится нацело на 2 и это число делится нацело на 3, то оно делится нацело на 6». Естественно, можно придать этой формуле $F \equiv A \wedge B \Rightarrow C$ другой смысл (содержание).

Вторым примером будет язык программирования Паскаль. Для записи выражений этого языка используется набор символов называемый его алфавитом. Алфавит языка состоит из прописных и строчных букв латинского языка, арабских цифр, знаков арифметических операций, равенства и сравнения $=, <, >$, различных скобок, разделителей $;$, $.$, и некоторых других специальных символов.

В языке Паскаля есть другие служебные слова и также слова-идентификаторы из латинских букв, цифр и символа « $\langle \rangle$ ». Выражением (фразой) языка Паскаль является синтаксически правильная программа, написанная на алфавите этого языка. Смысл (значение) выражений языка в этом случае определяется компилятором Паскаля и представляет собой вычислительный процесс, происходящий в компьютере при выполнении откомпилированной программы.

В качестве **третьего примера** рассмотрим язык химических формул. Алфавит этого языка, во-первых, образуют названия химических элементов, обозначаемых одной или двумя латинскими буквами названия этого элемента. Выражениями этого языка являются химические формулы, например CO_2 и H_2SiO_3 . Множеством значений (смыслов) языка химических формул является множество химических веществ. Так, значением приведенного выше выражения является, как известно, углекислый газ и кремниевая кислота.

В качестве **четвертого примера** рассмотрим русский язык. Как и многие естественные языки, русский язык сложен по своему строению, но его можно рассматривать на нескольких уровнях. На первом, наиболее простом, уровне выражением языка можно считать слово, на другом, более сложном, – синтаксически правильное предложение русского языка. Возможны и другие уровни рассмотрения русского языка, как более «мелкие», так и более «крупные».

При этом **синтаксис** языка как совокупность законов, правил образования его *выражений* – слов, высказываний, текстов и регулирующих их использование очень сложен по своей структуре. Еще более сложена **семантика** языка как множество смыслов слов языка, которая в полном объеме не определена до

конца даже в различных словарях. Несомненно, особенно сложные синтаксис и семантика естественных языков, например, русского.

Функции, которые по выражению языка определяют его значение или, наоборот, некоторый смысл, облачают в форму предложения, формируются в процессе изучения языка и фактически являются для человека «встроенными». Приведенные примеры показывают, каковы же общие моменты в приведенных выше примерах, и они касаются способа построения выражений. Во всех случаях фиксируется некоторый конечный набор исходных символов языка, являющихся его алфавитом. Выражением или словом языка является некоторая (но не любая) последовательность символов алфавита или более сложных выражений, составленных из них. Этот вывод приводит к следующим определениям.

2. О методике обучения понятию формального языка.

Понятие формального языка

Определение 1. Алфавитом языка Σ называется непустое конечное множество символов («букв» языка). Словом (цепочкой) над алфавитом Σ называется конечная последовательность элементов Σ . Такие последовательности принято записывать без запятой.

Например, если алфавит $\Sigma = \{a, b\}$, то $abba$, abb , a – слова над Σ . Длина слова или цепочки w – это количество символов в ней, обозначаемое через $|w|$. Пустую цепочку – цепочку нулевой длины обозначают через ε . Множество всех цепочек над Σ обозначается через Σ^* , а множество всех непустых цепочек над Σ – через Σ^+ .

Мы готовы ввести основное определение.

Определение 2. Формальным языком над Σ называется подмножество в Σ^* .

Таким образом, язык – это множество слов (цепочек).

Приведем примеры формальных языков, которые отражают некоторые конструкции языков программирования.

Пример 1. Языка цепочек сбалансированных скобок (скобочный язык) S . Алфавит языка S состоит из четырех символов – скобок $($ и $)$ скобок $[$ и $]$. Разумеется, понятно, какие цепочки принадлежат этому языку, а какие – не принадлежат. Например, цепочки $()$, $(())$, $[]$, $[[]]$, $[[]]$ принадлежат S , а цепочки $)$, $(]$, $[[]$, $[(]$ не принадлежат S . Тем не менее нам понадобится строгое определение сбалансированной цепочки скобок. Наиболее удобен рекурсивный вариант ее определения.

1. Пустая цепочка является сбалансированной.
2. Если цепочки скобок u и v сбалансированы, то цепочки (u) , $[u]$, uv также сбалансированы.
3. Других сбалансированных цепочек скобок нет.

Пусть даны цепочки скобок $u = [()]$, $v = ([])$. Тогда цепочка $uv = uv = [()]([])$ тоже сбалансирована, а цепочка $([()]([]))$ не сбалансирована (есть лишняя левая скобка (.

Пример 2. Язык двоичных чисел. Алфавит состоит из 0,1 и десятичной точки. Цепочки языка имеют вид $u, u.v$, где u и v – произвольные последовательности нулей и единиц. Например, 0, 10, 101, 10.11 0.101.

Заметим, что в этом языке есть цепочки, целая часть которых начинается нулем, а также цепочки, дробная часть которых нулем заканчивается. Если дополнительно потребовать, чтобы целая часть начиналась единицей, а дробная единицей заканчивалась, то получится новый язык.

Пример 3. Язык арифметических выражений. Этот язык будет содержать арифметические выражения, построенные из символа x , который символизирует переменную или константу, знаков операций $+$ и $*$ с обычным приоритетом скобок. Нам понадобится строгое определение.

1. Цепочка x и y – арифметическое выражение.
2. Если цепочки u и v – арифметические выражения, то цепочки $u + v$, $u \cdot v$, (u) , (v) также являются арифметическими выражениями.
3. Других арифметических выражений нет.

Приведем примеры цепочек из этого языка:

$$(x + y) \cdot x, x \cdot (x + y), (x + y) \cdot (x + y).$$

Определим важное понятие, относящееся к цепочкам (словам) формального языка.

Определение 3. Пусть w – цепочка над некоторым алфавитом. Если $w = uv$ для некоторых (возможно, пустых) цепочек u и v , то u называется *сом* w , а v – *суффиксом* w . Префикс (суффикс) цепочки w называется *собственным*, если он отличен от w и пустого цепочки ε .

Например, если $w = abc$, то цепочки $w = abc$, ab , a , ε – префиксы цепочки w , а цепочки abc , bc , c , ε – ее суффиксы. Подчеркнем, что w и ε являются как префиксами, так и суффиксами цепочки w .

3. Основные операции со словами формального языка и формальными языками.

Определение 1. Если x и y – слова в алфавите E , то слово xy (результат приписывания слова y в конец слова x) называется *конкатенацией (сцеплением)* слов x и y . Иногда конкатенацию слов x и y обозначают $x \cdot y$.

Пример 1. Пусть дан язык над алфавитом $\Sigma = \{a, b, c\}$, в котором есть слова bac , cab . Тогда $baccaba$ является конкатенацией этих слов.

Терминальный алфавит N : $\{a, b\}$;

Здесь в качестве первоначальных терминов (слов) формального языка выбраны символы a, b .

Правила вывода (образования слов языка):

1) $A \rightarrow aAa$; 2) $A \rightarrow bAb$.

Аксиомы: 1) $abbba = a$; 2) $baaab = b$.

Легко убедиться, что словами языка палиндромов являются любые непустые слова – палиндромы в терминальном алфавите $\Sigma = \{a, b\}$

Пример 2. Приведем пример простой грамматики *подъязыка формального языка школьной алгебры*.

Пусть даны множества:

Терминальный алфавит: $\Sigma = \{a, b\}$;

Нетерминальный алфавит: $N = \{+, *, (,), =, ()^2\}$;

Правила вывода P :

(это правила образования слов, называемых здесь выражениями языка)

$P_1 = \{a + b \rightarrow b + a, a \cdot b \rightarrow b \cdot a, a \cdot b \rightarrow a^2\}$;

P_2 – правило подстановки слова в качестве подслова в другое слово.

Например, $a + b \rightarrow (a + b) + b, (a + b) + b \cdot a$.

Аксиомы (тождества для преобразования слов или выражений):

$$S_1 = \{a + b = b + a\};$$

$$S_2 = \{a \cdot b = b \cdot a\};$$

$$S_3 = (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2.$$

Тогда (Σ, N, P, S) является искомой грамматикой.

Выводы

Обучению теории формальных языков посвящены очень многие учебники для математиков и программистов. В них подробно излагаются не только теория формальных языков, но и грамматики, трансляторы, компиляторы и др. Однако эта теория в условиях доминирования компетентностного подхода (и, как следствие, большого «разнобоя» в формировании ООП и учебных планов) не нашла своего отражения в подготовке будущих инженеров. В то же время она имеет фундаментальное значение в подготовке будущих инженеров по следующим причинам.

Результаты исследования обосновывают вывод о том, что дискретная математика ДМ и в первую очередь ее область абстрактная алгебра являются математической и методической основой обучения теории формальных языков будущих инженеров. Эти дисциплины играют фундаментальную роль как формальная (нормативная) основа корректного использования языков программирования.

Результаты исследования о культурологической роли дискретной математики и формальных языков абстрактной алгебры согласуются с заявленной *целью* статьи, заключающейся в исследовании важных математических и методических аспектов обучения теории формальных языков будущих инженеров. Поэтому результаты статьи имеют важное теоретическое и практическое значение в дальнейшем исследовании проблем методологии обучения будущих инженеров элементам теории формальных языков.

В дальнейшем исследовании методики обучения теории ФЯ важную роль играет разработка методики внедрения в подготовку будущих инженеров элементов классических теорий полугрупп, групп, колец и полей, лежащих в основе их обучения корректному использованию формальных языков систем компьютерной математики (алгебры) и важным элементам теорий кодирования и криптографии. Также важное значение имеет разработка методической системы математизации профильных дисциплин как основы фундаментализации ИТ-подготовки будущих инженеров, что особенно важно в фундаментализации их обучения теории ФЯ.

Список литературы / References

Белоусов А. И., Ткачев С. Б. *Дискретная математика*. Москва: МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2001. 744 с.

Belousov A. I., Tkachev S. B. *Discrete Mathematics*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University. 2001. 744 p. (In Russian)

Брой М. *Информатика. Основополагающее введение*. Москва: Диалог-МИФИ, 1996. Ч. 1. 299 с.

Broy M. *Computer Science. Fundamental Introduction*. Moscow: Dialog-MIFI, 1996. Part 1. 299 p. (In Russian)

Вавилов Н. А., Халин В. Г., Юрков А. В. Небеса падают: математика для нематематиков. *Доклады Российской академии наук. Математика. Процессы управления*, 2023, т. 511, с. 144–160.

Vavilov N. A., Khalin V. G., Yurkov A. V. The sky is falling: mathematics for non-mathematicians. *Reports of the Russian Academy of Sciences. Mathematics. Control Processes*, 2023, v. 511, pp. 144–160. (In Russian)

Власов Е. Г. *Конечные поля в телекоммуникационных приложениях. Теория и применение FEC, CRC и M-последовательностей*. Москва: ИНФРА-М, 2016, 285 с.

Vlasov E. G. *Finite fields in telecommunication applications. Theory and application of FEC, CRC and M-sequences*. Moscow: INFRA-M, 2016, 285 p. (In Russian)

Гласс Р. *Факты и заблуждения профессионального программирования*. Санкт-Петербург: Символ-Плюс, 2007. 240 с.

Glass R. *Facts and misconceptions of professional programming*. St. Petersburg: Symbol-Plus, 2007. 240 p. (In Russian)

Глушков В. М. Абстрактная теория автоматов. *Успехи математических наук*, 1961, Вып. 5 (101), 62 с.

Glushkov V. M. Abstract theory of automatic machines. *Advances in Mathematical Sciences*, 1961, Issue 5 (101), 62 p. (In Russian)

Глушков В. М. *Кибернетика. Вычислительная техника. Информатика. Избранные труды*. Киев: Наукова думка, 1990.

Glushkov V. M. *Cybernetics. Computer Engineering. Informatics. Selected works*. Kyiv: Scientific Thought, 1990. (In Russian)

Деменчук В. В. *На пороге алгебры*. Минск: Вышэйшая школа, 1987. 144 с.

Demenchuk V. V. *On the threshold of algebra*. Minsk: Higher School, 1987. 144 p. (In Russian)

Ершов А. П. *Избранные труды*. Новосибирск: Наука, 1994. 413 с.

Ershov A. P. *Selected Works*. Novosibirsk: Nauka, 1994. 413 p. (In Russian)

Кнут Д. *Искусство программирования для ЭВМ: в 3 т.* Москва: Мир, 1976–1978.

Knut D. *The Art of Computer Programming: in 3 volumes*. Moscow: Mir, 1976–1978. (In Russian)

Кулик Б. А., Зуенко А. А., Фридман А. Я. *Алгебраический подход к интеллектуальной обработке данных и знаний*. Санкт-Петербург: Издательство Политехнического университета, 2010. 235 с.

Kulik B. A., Zuenko A. A., Fridman A. Ya. *Algebraic approach to intellectual processing of data and knowledge*. St. Petersburg: Publishing House of the Polytechnic University, 2010. 235 p. (In Russian)

Лаллеман Ж. *Полугруппы и комбинаторные приложения*. Москва: Мир, 1985. 440 с.

Lallemand J. *Semigroups and combinatorial applications*. Moscow: Mir, 1985. 440 p. (In Russian)

Муха Ю. П., Авдеюк О. А., Королева И. Ю. *Алгебраическая теория синтеза сложных систем*. Волгоград: Политехник, 2003. 318 с.

Mukha Yu. P., Avdeyuk O. A., Koroleva I. Yu. *Algebraic Theory of Synthesis of Complex Systems*. Volgograd: Polytechnic, 2003. 318 p. (In Russian)

Перминов Е. А. *Дискретная математика*. Учебное пособие для 8–9 классов средней общеобразовательной школы. Екатеринбург: ИРРО, 2004. 206 с.

Perminov E. A. *Discrete Mathematics*. Textbook for 8–9 grades of secondary comprehensive school. Ekaterinburg: IRRO, 2004. 206 p. (In Russian)

Перминов Е. А., Тестов В. А. Математизация профильных дисциплин как основа фундаментализации ИТ-подготовки в вузах. *Образование и наука*, 2024, № 7(26), с. 12–43.

Perminov E. A., Testov V. A. Mathematization of specialized disciplines as the basis for fundamentalization of IT training in universities. *Education and Science*, 2024, No. 7(26), pp. 12–43. (In Russian)

Перминов Е. А. *Методическая система обучения дискретной математике студентов педагогических направлений в аспекте интеграции образования*. Екатеринбург: Издательство Российского государственного профессионально-педагогического университета, 2019. 287 с.

Perminov E. A. *Methodological system of teaching discrete mathematics to students of pedagogical specialties in the aspect of education integration*. Ekaterinburg: Publishing house of the Russian State Professional Pedagogical University, 2019. 287 p. (In Russian)

Рыжова Н. И. *Элементы теоретической информатики: Упражнения по математическим основаниям информатики: формальные языки. Часть I*. Санкт-Петербург: Издательство РГПУ, 2000. 262 с.

Ryzhova N. I. *Elements of theoretical computer science: Exercises on the mathematical foundations of computer science: formal languages. Part I*. St. Petersburg: Publishing House of the Russian State Pedagogical University, 2000. 262 p. (In Russian)

Саломая А. *Жемчужины теории формальных языков*. Москва: Мир, 1986. 159 с.

Salomaa A. *Pearls of the Theory of Formal Languages*. Moscow: Mir, 1986. 159 p. (In Russian)

Соколов В. А. *Введение в теорию формальных языков*. Ярославль: ЯрГУ, 2014. 208 с.

Sokolov V. A. *Introduction to the theory of formal languages*. Yaroslavl: Yaroslavl State University, 2014. 208 p. (In Russian)

Фрид Э. *Элементарное введение в абстрактную алгебру*. Москва: Мир, 1979. 260 с.

Fried E. *Basic introduction to abstract algebra*. Moscow: Mir, 1979. 260 p. (In Russian)

Шайкин М. Е. Некоторые вопросы применения алгебраических методов в задачах анализа стохастических систем. *Автоматика и телемеханика*, 1998, вып. 11, с. 184–194.

Shaikin M. E. Some issues of application of algebraic methods in stochastic systems analysis. *Automation and Telemechanics*, 1998, issue 11, pp. 184–194. (In Russian)

Швецкий М. В. *Методическая система фундаментальной подготовки будущих учителей информатики в педагогическом вузе в условиях двухступенчатого образования: дис. ... доктора пед. наук*. Санкт-Петербург: Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, 1994. 480 с.

Shvetskiy M. V. *Methodological system of fundamental training of future computer science teachers in a pedagogical university in the context of two-stage education: PhD thesis*. St. Petersburg: Russian State Pedagogical University named after A. I. Herzen, 1994. 480 p. (In Russian)

Шур А.М. *Комбинаторика слов*. Екатеринбург: Издательство Уральского университета. 2004. 96 с.

Shur A.M. *Combinatorics of words*. Ekaterinburg: Ural University Publishing House. 2004. 96 p. (In Russian)

Информация об авторе

Евгений Александрович Перминов – доктор педагогических наук, доцент, профессор кафедры высшей математики и физики Уральского технического института связи и информатики (д. 15, ул. Репина, 620109 Екатеринбург, Россия); **Evgeniy A. Perminov** – Dr. Sci. (Education), Associate Professor, Professor of Departments of higher mathematics and physics, Ural Technical Institute of Communications and Informatics (15, Repina st., 620109, Ekaterinburg, Russia).

Статья поступила в редакцию – 18.09.2024; одобрена после рецензирования – 15.10.2024; принята к публикации – 01.11.2024.

The article was submitted – 18.09.2024; approved after reviewing – 15.10.2024; accepted for publication – 01.11.2024.